

ГИДРОПРОЕКТ ИМЕНИ С. Я. ЖУКА МИНЭНЕРГО СССР

**РЕКОМЕНДАЦИИ**  
**по учету ползучести бетона**  
**при определении**  
**напряженно-деформированного**  
**состояния**  
**бетонных сооружений**

П-795-83

Гидропроект

Москва — 1984


МИНИСТЕРСТВО ЭНЕРГЕТИКИ И ЭЛЕКТРИФИКАЦИИ СССР  
ГЛАВНИИПРОЕКТ

Всесоюзный ордена Ленина проектно-исследовательский  
и научно-исследовательский институт "Гидропроект"  
имени С.Я.Жука

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР  
(НИС Гидропроекта)

"УТВЕРЖДАЮ"

Главный инженер института

 П.П. Доценко

" \_\_\_ " \_\_\_\_\_ 1983 г.

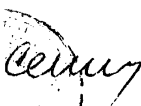
РЕКОМЕНДАЦИИ

ПО УЧЕТУ ПОЛЗУЧАСТИ БЕТОНА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ  
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ  
БЕТОННЫХ СОСРУЖЕНИЙ

И-795-83

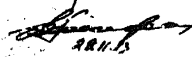
Гидропроект

Зам.начальника НИСа  
Гидропроекта по научной  
работе, докт. техн. наук,  
профессор



А.П. Кириллов

Начальник отдела бетонных  
сооружений, канд. техн. наук



В.Б. Мгалобелов

Ст. научн. сотр., канд. техн.  
наук



Е.А. Коган

Зав. группой



Л.Д. Соловьева



## ПРЕДИСЛОВИЕ

В связи с расширением области применения бетона и железобетона за последние годы появилось много новых исследований, посвященных вопросу ползучести бетона в условиях повышенной температуры и сложного напряженного состояния, характерных для инженерных сооружений энергетических объектов. В то же время в связи с использованием ЭВМ увеличилась надежность расчетного прогнозирования напряженного состояния сложных сооружений, в том числе пространственно-рабочающих. Поскольку большинство сооружений энергетических объектов рассчитано на длительную эксплуатацию в течение 30 и более лет, учет длительных процессов, связанных с ползучестью бетона, приобретает важное значение.

В настоящей методической работе на основе анализа и обобщения экспериментальных данных по ползучести бетона, полученных за последние годы, разработаны рекомендации по учету ползучести бетона в практике расчетов и натурных исследований бетонных сооружений.

Среди новых факторов учтены результаты исследований последних лет, касающиеся сложного напряженного состояния, влияния повышенной температуры и длительного срока эксплуатации сооружений. В качестве аналогов представлены данные по ползучести бетона ряда крупных энергетических объектов, бетон которых исследовался в натуре или на крупномасштабных образцах.

Рекомендации предназначены для использования в практике проектирования, расчетов и натурных исследований бетонных и железобетонных конструкций энергетических сооружений.

Работа выполнена в отделе бетонных сооружений в рамках задания по теме С.55.06.07.Н1.

В разработке Рекомендаций принимали участие: канд. техн. наук Мгалобедов Ю.Б., канд. техн. наук Коган Е.А., инж. Соловьева Л.Д.



## ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- $\sigma_x^*(t), \dots, \tau_{xy}^*(t)$  ... напряжения с учетом ползучести на момент времени  $t$ ,  
 $\sigma_x(t), \dots, \tau_{xy}(t)$  ... напряжения упруго-мгновенной задачи,  
 $\delta(t, \tau)$  - полные удельные продольные деформации в условиях одноосного напряженного состояния,  
 $\delta_\perp(t, \tau)$  - полные удельные поперечные деформации, в тех же условиях,  
 $\delta_a(t, \tau)$  - полные удельные деформации чистого сдвига,  
 $t$  - время; возраст бетона на рассматриваемый момент,  
 $(t - \tau)$  - длительность действия нагрузки,  
 $K_p(t, \tau)$  - коэффициент релаксации напряжений,  
 $C(t, \tau)$  - мера ползучести бетона,  
 $E(\tau)$  - модуль упругости,  
 $G(\tau)$  - модуль сдвига,  
 $\nu(t, \tau)$  - коэффициент Пуассона полных деформаций,  
 $\nu_1(\tau)$  - коэффициент Пуассона упругих деформаций,  
 $\nu_a(t, \tau)$  - коэффициент Пуассона деформаций ползучести,  
 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$  - компоненты тензора полных деформаций,  
 $K$  - модуль средних (объемных) деформаций,  
 $E_{dev}^K$  - модуль девиаторных деформаций,  
 $\delta_{dev}^E$  - компоненты девиатора полных удельных деформаций,

- $\delta_{cp}$  - мера полных средних (объемных) деформаций,
- $C_{\alpha\beta\gamma}^{\kappa}(t, \tau)$  - компоненты девиатора деформаций ползучести,
- $C_{cp}(t, \tau)$  - мера средних (объемных) деформаций ползучести.

## 1. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

1.1. Настоящие рекомендации относятся к случаям определения напряженно-деформированного состояния массивных либо изолированных от высыхания бетонных, трещиностойких и предварительно напряженных железобетонных конструкций энергетических сооружений, подвергающихся длительным воздействиям.

1.2. Рекомендации распространяются как на случай расчетного определения напряженно-деформированного состояния методами линейной теории ползучести, так и на случай экспериментального определения напряжений в сооружениях тензометрическим методом (включая натурные исследования).

1.3. В диапазоне напряжений от предела длительной прочности при растяжении ( $\sim 0,6R_p$ ) до  $0,5R_{пр}$  при одноосном сжатии, а в случае двух- и трехосного сжатия до  $0,6R_{пр}$  учет ползучести бетона может производиться по линейной теории ползучести. В тех случаях, когда напряжения в эксплуатационный период превышают указанные пределы, необходим переход на нелинейную теорию ползучести с использованием рекомендаций работы [13]. В данной работе вопросы нелинейной ползучести не рассматриваются.

1.4. В случае двух- и трехосного напряженного состояния, как показывает анализ экспериментальных данных [11, 19-22, 24-26], деформационные характеристики: модуль упругости, мера ползучести, коэффициент Пуассона могут приниматься независимыми от вида напряженного состояния и определяться по результатам одноосных испытаний.

Указанное положение имеет место в области линейной ползучести (при трехосном сжатии  $\epsilon < 0,6R_{пр}$ ). В этих условиях деформирование происходит в соответствии с обычным принципом суперпозиций,

что позволяет применять на практике выражения, основанные на обобщенном законе Гука для упругой деформации и им подобные для деформаций, развивающихся во времени.

## 2. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

2.1. При расчете конструкций или сооружений, для которых важно знать развитие напряжений с учетом собственных (технологических, температурно-усадочных и т.п.) напряжений, появляющихся, как правило, с раннего возраста бетона, необходимо применять теорию упруго-ползучего тела в ее современном модифицированном варианте [1,3,4].

При расчете напряженного состояния сооружений от длительных нагрузок и воздействий, прикладываемых в зрелом возрасте бетона, рекомендуется использовать теорию упругой наследственности, которая эквивалентна теории упруго-ползучего тела с инвариантными во времени свойствами упругости и ползучести [1,4].

2.2. В целом ряде практических случаев: обработка данных натурных наблюдений, обсчет результатов измерений деформаций в экспериментах, расчеты для однородных тел при действии вынужденных деформаций температурно-усадочного характера, расчет потерь преднапряжений и т.п. учет ползучести бетона должен производиться с помощью интегрального преобразования

$$\sigma_{\kappa}^*(t) = \sigma_{\kappa}(t) + E(t) \int_0^t \sigma_{\kappa}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau, \quad (2.1)$$

основанного на принципе Вольтерра - Арутюняна [3] и использующего понятие о напряжениях упруго-мгновенной задачи  $\sigma_{\kappa}^*(t) = \sigma_{\kappa}(t) \cdot E(t)$ , где:  $\sigma_{\kappa}$ ,  $\varepsilon_{\kappa}$  - компоненты тензора напряжений и деформаций.

2.3. В случае расчетного определения напряженного состояния упруго-мгновенные напряжения  $\sigma_{\kappa}$  находятся для последовательного ряда моментов времени на основе решений квазистатических задач теории упругости. В случае натуральных исследований упруго-мгновенные напряжения равны

$$\sigma_{\kappa}(t) = \varepsilon_{\kappa}^{np}(t) E(t), \quad (2.2)$$

$$\text{где } \varepsilon_x^{np} = \frac{\varepsilon_x(1-\nu) + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.3)$$

.....(x, y, z),

(x, y, z) - обозначает круговую замену индексов для остальных компонентов тензора напряжений;

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  - измеренные компоненты полных деформаций по трем взаимно ортогональным осям;

$\nu$  - коэффициент Пуассона.

2.4. Выражения (2.1) - (2.3) относятся к нормальным напряжениям, для касательных напряжений они остаются аналогичными с заменой:

$$\delta(t, \tau) \text{ на } \delta_2(t, \tau) = 2(1+\nu)\delta(t, \tau);$$

$$E(t) \text{ на } G(t) = \frac{E(t)}{2(1+\nu)}; \quad \varepsilon_{\kappa}^{np} \text{ на } \gamma_{\kappa\ell}$$

Касательные напряжения  $\tau_{\kappa\ell}$  упруго-мгновенной задачи равны:

$$\tau_{\kappa\ell}(t) = \gamma_{\kappa\ell}(t) G(t)$$

2.5. При разложении тензора напряжений на шаровую (среднюю) и девиаторную составляющие учет ползучести производится по выражению вида (2.1) с использованием соответствующих составляющих тензора напряжений с учетом ползучести и тензора упруго-мгновенных

напряжений, а также с заменой  $E(t)$  и  $\delta(t, \tau)$  на соответствующие функции удельных средних и девиаторных деформаций:

$$K(t) = \frac{E(t)}{1-2\nu}, \quad E_{g^*}^{\delta}(t) = \frac{E(t)}{1+\nu} = 2G(t) \quad (2.4)$$

$$\delta_{cp}(t, \tau) = (1-2\nu)\delta(t, \tau); \quad \delta_{g^*}^{\delta}(t, \tau) = (1+\nu)\delta(t, \tau) \quad (2.5)$$

Коэффициент Пуассона  $\nu$  в этих случаях может быть принят одинаковым для упругих и полных деформаций и постоянным во времени. При отсутствии опытных данных рекомендуется среднее для бетона значение  $\nu = 0.2$ .

2.6. Для инженерных расчетов в упрощенной форме учет ползучести бетона может производиться также с помощью коэффициентов релаксации напряжений  $K_p(t, \bar{t})$  методом "ступенек" [6]:

$$\sigma^*(t) = \sigma_1 K_p(t, \tau_1) + \sum_{j=1}^n \Delta \sigma_j K_p(t, \xi_j), \quad (2.6)$$

где  $\xi_j = \frac{t_{j-1} + t_j}{2}$  - середина временного шага;

$\sigma_1 = \sigma(\tau_1) = E(\tau_1)$  - упругие напряжения в начальный момент времени  $\tau_1$ , с которого начинается рассмотрение задачи;

$\Delta \sigma_j$  - приращение упругих напряжений, вычисленных без учета ползучести, но с учетом переменного во времени модуля упругости. В случае обработки натурных измерений они равны:  $\Delta \sigma_j = E(\xi_j) \Delta \epsilon_j^{np}$ . Метод коэффициентов релаксации рекомендуется применять, в основном, для решения задач о термонапряженном состоянии массивных бетонных сооружений.

2.7. В тех случаях, когда решение задачи с учетом ползучести производится для существенно неоднородного тела с различными свойствами упругости и ползучести или когда граничные условия на

контуре сильно зависят от деформированного состояния тела, учет ползучести не может производиться с использованием принципа Вольтерра - Арутюняна [3] на основе упруго-мгновенных решений и требует полного решения краевой задачи с изменяющимися во времени характеристиками упругости и ползучести: совместное решение уравнений равновесия, неразрывности и физического уравнения состояния в форме

$$\begin{aligned} \varepsilon_x(t) &= \frac{\tilde{\sigma}_x^*(t)}{E(t)} = \int_{\tau_1}^t \tilde{\sigma}_x^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau, \\ \gamma_{xy}(t) &= \frac{\tilde{\tau}_{xy}^*(t)}{G(t)} = \int_{\tau_1}^t \tilde{\tau}_{xy}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta_2(t, \tau) d\tau \end{aligned} \quad (2.7)$$

(x, y, z)

(x, y, z)

где  $\tilde{\sigma}_x^* = \sigma_x^* - \nu(\sigma_y^* + \sigma_z^*)$

В качестве приближенного метода решения таких сложных задач на практике может быть рекомендован шаговый метод решения краевой задачи, например, методом конечных элементов с изменением на каждом шаге характеристик деформативности с учетом развития деформаций ползучести, отыскиваемых в соответствии с предисторией деформирования и нагружения.

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГОСТИ И ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА

3.1. В расчетах конструкций с учетом старения и ползучести бетона (см. выражения (2.1), (2.7)) используются:

- функция полных удельных деформаций, равная

$$\delta(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \quad (3.1)$$

и коэффициент Пуассона полных деформаций

$$\nu(t, \tau) = \nu_1(\tau) = \nu_2(t, \tau) = const \quad (3.2)$$

3.2. Модуль упругости, мера ползучести и коэффициент Пуассона бетона определяются экспериментально при одноосном напряженном состоянии (как правило, при сжатии). Испытания должны производиться на пароиолированных образцах по методике ГОСТ 24544-81 [8] и ГОСТ 24452-80 [9].

3.3. Определение характеристик упругости и ползучести в ответственных случаях<sup>х)</sup> должно производиться прямым экспериментальным методом, предусматривающим испытания образцов, приготовленных из реального (производственного) состава бетона, либо элементов, выделенных и нагружаемых непосредственно в теле сооружения (как правило, при проведении натурных наблюдений за напряженным состоянием сооружения с помощью розеток телетензометров). Возможно также использование образцов бетона (кернов), отобранных на стройплощадке при их хранении в условиях полной пароиоляции.

3.4. Зависимость модуля упругости стареющего бетона от его возраста рекомендуется описывать в следующей форме

$$E(\tau) = E_0(1 - \alpha e^{-m\tau} - \beta e^{-n\tau}), \quad (3.3)$$

где  $E_0$  - предельное значение модуля упругости бетона зрелого возраста;

$\alpha, \beta, m, n$  - коэффициенты, подбираемые по опытным данным.

3.5. Семейство экспериментальных кривых меры ползучести стареющего бетона рекомендуется описывать выражением, предложенным С.В.Александровским [1] :

$$C(t, \tau) = \varphi(\tau) - \psi(t) \frac{e^{\delta\tau} - A_2}{e^{\delta t} - A_2} - \Delta(\tau) e^{-\alpha(t-\tau)}, \quad (3.4)$$

---

х) Сооружения I и II классов на стадии окончательного проектирования, строительства и эксплуатации.



где  $\psi(t) = \varphi(t) - \Delta(t)$ ,

$\varphi(t), \Delta(t)$  - функции старения для предельных и быстронатекающих деформаций ползучести, которые рекомендуется описывать соответственно в форме:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \varphi_0 + \varphi_1 e^{-j_1 t} + \varphi_2 e^{-j_2 t}, \\ \Delta(t) &= \Delta_0 + \Delta_1 e^{-j_3 t} + \Delta_2 e^{-j_4 t}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

$\varphi_0, \Delta_0$  - предельные значения функций  $\varphi(t)$  и  $\Delta(t)$ ;  $\alpha, \Delta, j, \varphi_1, \varphi_2, \Delta_1, \Delta_2, j_1, j_2, j_3, j_4$  - коэффициенты, подбираемые по опытным данным.

3.6. В случае, если по каким-либо причинам имеется только одна экспериментальная кривая меры ползучести, можно пользоваться методикой, предложенной С.В.Александровским [4]. Эта методика исходит из экспериментального факта, показывающего, что при загрузении бетона в различном возрасте до одинакового относительного уровня напряжений сжатия  $\eta(t) = \sigma(t)/R_{np}(t)$  относительные деформации ползучести

$$S(t, \tau) = \frac{\varepsilon(t, \tau)}{\eta(\tau)} \quad (3.6)$$

за один и тот же интервал времени оказываются практически одинаковыми независимо от возраста бетона к моменту загрузки. Исходя из кривой  $S(t, \tau)$  и зависимости  $R_{np}(\tau)$  можно получить полное семейство кривых меры ползучести

$$\varepsilon(t, \tau) = \frac{S(t, \tau)}{R_{np}(\tau)}, \quad (3.7)$$

которое потом рекомендуется аппроксимировать по формуле (3.4).

3.7. Если длительность рассматриваемого воздействия составляет 2-3 года, для описания кривой меры ползучести бетона зрелого возраста рекомендуется использовать выражение, получаемое из фор-

мулы (3.4) путем предельного перехода:

$$C(\bar{t}) = \psi_0(1 - e^{-\beta \bar{t}}) + \Delta_0(1 - e^{-\alpha \bar{t}}), \quad (3.8)$$

где:  $\psi_0 = \psi_0 - \Delta_0$ ,  
 $\bar{t} = (t - \tau)$  - длительность воздействия.

3.8. В случае рассмотрения длительных воздействий, продолжающихся десятки лет, описание кривой меры ползучести бетона зрелого возраста должно осуществляться по формуле:

$$C_{зп}(\bar{t}) = \psi_0 + \alpha_1 [(\bar{t})^{n_1} - (\bar{t}_*)^{n_1}], \quad (3.9)$$

где:

$\psi_0$  - предельное значение меры ползучести бетона при длительности воздействия нагрузки 2-3 года;

$\alpha_1, n_1$  - коэффициенты, подбираемые по опытным данным;

$\bar{t}_*$  = 730 - 1100 сут., длительность, до которой возможно использование выражения (3.8).

Второй член в формуле (3.9) в логарифмическом масштабе по обеим осям вырождается в прямую линию. Эта формула применима для длительности действия нагрузки до 30 лет [12, 19, 23].

3.9. Значения  $\alpha_1$  и  $n_1$  в формуле (3.9) подбираются из условия наилучшего соответствия выражения

$$C(\bar{t}) = \alpha_1 (\bar{t})^{n_1}$$

опытной кривой меры ползучести бетона зрелого возраста, полученной для данного сооружения в течение не менее 2-3 лет. Коэффициенты  $\alpha_1$  и  $n_1$  определяются по выражениям

$$\lg \alpha_1 = \frac{\lg \bar{t}_1 \lg \psi_0 - \lg \bar{t}_* \lg C_1}{\lg \bar{t}_1 - \lg \bar{t}_*}, \quad (3.10)$$

$$n_1 = \frac{\lg C_1 - \lg \psi_0}{\lg \bar{t}_1 - \lg \bar{t}_*}, \quad (3.11)$$

где  $\bar{t}$  - произвольная длительность, равная приблизительно 30 суткам;

$C_i$  - соответствующее значение меры ползучести.

3.10. В случае, если имеются опытные данные по ползучести бетона при сложном напряженном состоянии, определение меры ползучести  $C(t, \tau)$  и коэффициента Пуассона деформаций ползучести  $\nu_k(t, \tau)$  следует производить по выражениям:

$$C(t, \tau) = \frac{2 C_{гев}(t, \tau) + C_{ср}(t, \tau)}{3}, \quad (3.12)$$

$$\nu_k(t, \tau) = \frac{C_{гев}(t, \tau) - C_{ср}(t, \tau)}{2 C_{гев}(t, \tau) + C_{ср}(t, \tau)}, \quad (3.13)$$

$$\text{где: } C_{гев} = \frac{C_{гев}^1 + C_{гев}^2 + C_{гев}^3}{3}^*$$

$$C_{гев}^k = \frac{\epsilon_k - \epsilon_{ср}}{\sigma_k - \sigma_{ср}} \quad (k = 1, 2, 3),$$

$$C_{ср} = \frac{\epsilon_{ср}}{\sigma_{ср}},$$

$$\epsilon_{ср} = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3}; \quad \sigma_{ср} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}.$$

Указанная методика предусматривает независимое определение двух деформационных характеристик материала непосредственно по опытным данным при трехосном напряженном состоянии общего вида  $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ , где  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - главные напряжения.

3.11. В менее ответственных случаях <sup>\*\*)</sup> определение характеристик упругости и ползучести может производиться методом аналогов с корректировкой при необходимости конечных значений меры ползучести в соответствии с известными рекомендациями по нормированию модуля

ж) В случае, если какая-либо компонента девиатора напряжений близка к нулю, осреднение должно производиться по двум остальным компонентам.

xx) Сооружения III, IV класса на любой стадии и I и II класса на предварительных стадиях проектирования.

упругости [14] и меры ползучести бетона [5,13,16]. Для удобства практического использования аналоговых данных в табл.1 и 2 приложения I представлены численные значения констант в формулах (3.3)–(3.5) и (3.9) для ряда бетонов марок 200–500, применявшихся на конкретных энергетических объектах [10]. При корректировке конечных значений меры ползучести бетона с помощью методики нормирования [16] поправочный множитель вводится только к величинам:  $\varphi_0$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\Delta_0$ ,  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ .

3.12. Для сооружений, длительное время эксплуатируемых при повышенной (до 100°C) температуре в условиях, обеспечивающих отсутствие заметных потерь влаги из бетона, его ползучесть и модуль упругости должны быть откорректированы на соответствующие условия.

В ответственных случаях такая корректировка должна осуществляться по результатам специальных исследований ползучести рассматриваемого бетона в условиях повышенной температуры. В менее ответственных случаях в бетоне зрелого возраста корректировка может осуществляться по формулам:

$$C^T = C^{20} [1 + 0.034(T - 20)], \quad (3.14)$$

$$E^T = E^{20} [1 - 0.05(T - 20)], \quad (3.15)$$

где:  $C^{20}$ ,  $E^{20}$  – мера ползучести и модуль упругости при нормальной температуре ( $\sim 20^\circ\text{C}$ );

$C^T, E^T$  – то же при повышенной температуре;

$T$  – температура (средняя за длительный период) в °C.

Приведенные зависимости относятся к случаям, когда сооружение начинает подвергаться повышенной температуре незадолго до начала

воздействия длительной нагрузки, так как не учитывают влияние повышенной температуры на процесс твердения (старения) бетона [19, 22].

3.13. В бетоне раннего возраста, испытывающем воздействие экзотермического разогрева, влияние повышенной температуры на ползучесть и модуль упругости бетона при расчетах термонапряженного состояния бетонной кладки в строительный период может не учитываться если максимальная температура бетона не превышает 40°C [2, 15]. В противном случае требуется такой учет на основе специальных экспериментально-теоретических исследований [7].

3.14. Расчет кривых релаксации напряжений  $K_p(t, \tau)$  рекомендуется выполнять численным методом по выражению [10]:

$$K_p(t_k, \tau_i) = K_p(t_{k-1}, \tau_i) \cdot \frac{C(t_k, \tau_i) + \frac{\kappa-2}{\delta} \delta(t_k, \xi_i^{(k)}) [K_p(t_{i+1}, \tau_i) - K_p(t_i, \tau_i)]}{\delta(t_k, \xi_{k-1}^{(k)})}, \quad (3.16)$$

где

$$\delta(t_k, \xi_i^{(k)}) = \delta\left(t_k, \frac{t_{i+1} + t_i}{2}\right) = \frac{1}{E\left(\frac{t_{i+1} + t_i}{2}\right)} + C\left(t_k, \frac{t_{i+1} + t_i}{2}\right),$$

$t_k$  - возраст бетона на момент отыскания напряжений;

$\tau_i$  - фиксированный возраст бетона в момент изменения напряжений.

Модуль упругости и мера ползучести вводится в расчет в виде выражений (3.3) - (3.5).

Для бетона старого возраста расчет коэффициентов релаксации может выполняться по формуле [1]:

$$H^*(t) = 1 - \frac{A_1}{\beta_1} (1 - e^{-\beta_1 t}) - \frac{A_2}{\beta_2} (1 - e^{-\beta_2 t}), \quad (3.17)$$

$$\text{где } A_1 = \frac{E_0}{\sigma_1 \cdot \beta_2} \left\{ (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0) [E_0 (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0) - \beta_2] + \alpha^2 \Delta_0 + \gamma^2 \psi_0 \right\},$$

$$A_2 = E_0 (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0) - A_1,$$

$$\beta_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ \alpha + \gamma + E_0 (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0) \pm \sqrt{E_0^2 (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0)^2 + (\alpha - \gamma)^2 - 2 E_0 (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0) (\alpha - \gamma)} \right\}$$

В приложении 1 (табл.3-5) приведены значения коэффициентов релаксации напряжений для бетона М20С-450, которые могут использоваться в качестве аналоговых данных.

#### 4. ПРОГРАММЫ ДЛЯ УЧЕТА ПОЛУЧЕСТИ БЕТОНА В ПРАКТИКЕ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ НА ЭВМ

4.1. Для автоматизации обработки экспериментальных данных и расчетов напряженного состояния предлагаются программы, разработанные для ЭВМ БЭСМ-6. Программы написаны на языках АЛГОЛ и Фортран, сданы в фонд алгоритмов и программ НИСа Гидропроекта. Алгоритмы, тексты программ и инструкции по их использованию приведены в приложениях 2-6.

4.2. Аппроксимация зависимости модуля упругости от возраста бетона в форме (3.3) выполняется по программе АППРЕ (приложение 2). Программа позволяет получать значения коэффициентов, входящих в формулу (3.3), и предельное значение модуля упругости бетона. Могут быть рассчитаны значения модуля упругости на любые заданные моменты времени.

4.3. Аппроксимацию экспериментальных кривых меры ползучести рекомендуется выполнять по формулам (3.4), (3.5) с помощью программы АКРИП (приложение 3), которая позволяет определять значения коэффициентов и функций, входящих в нее, на базе метода наименьших квадратов с использованием всех экспериментальных точек. Подобная аппроксимация, выполнявшаяся ранее на базе ручных расчетов, из-за своей трудоемкости не позволяла отыскивать оптимальное сочетание указанных коэффициентов, что делало эту процедуру неточной.

После подбора коэффициентов в программе производится вычисление значений  $S(t, \tau)$  для исходных по опытам значений  $\tau$ , что дает

возможность легко контролировать результаты аппроксимации.

Программа АКРИП позволяет рассчитать значения  $C(t, \tau)$  для любых значений  $t$  и  $\tau$ , что необходимо при расчетах напряженного состояния с учетом ползучести численными методами.

4.4. Для расчета меры ползучести без предварительной аппроксимации по имеющимся значениям коэффициентов в формуле (3.4) может использоваться программа МЕРАПЗ (приложение 4).

4.5. Для расчета кривых релаксации напряжений  $K_p(t, \tau)$  по формулам (3.16)-(3.17) рекомендуется программа РЕЛАНС (приложение 5), в которой осуществлена численная реализация процедуры перехода от  $C(t, \tau)$  к  $K_p(t, \tau)$ . При этом учитывается также переменный модуль упругости бетона  $E(t)$ . В программе РЕЛАНС предусмотрен также расчет  $K_p(t, \tau)$  для бетона старшего возраста по формуле (3.17). В целом программа РЕЛАНС позволяет рассчитывать неограниченное число кривых релаксации, что дает возможность на практике широко пользоваться простым инженерным методом учета ползучести бетона на основе упрощенных решений крайних задач.

4.6. Напряжения с учетом ползучести бетона по заданным в данной точке полным деформациям позволяет рассчитать программа НАПР (приложение 6), которая использует меру ползучести в форме (3.4) и модуль упругости в виде (3.3). Алгоритм программы разработан на основе метода Л.В.Швецова [17].

В качестве исходных данных кроме деформаций на определенные моменты времени задаются значения коэффициентов, входящих в зависимости (3.3)-(3.5). Если известны упруго-мгновенные напряжения для ряда моментов времени, то они делятся на значения модуля упругости для тех же моментов времени и полученные деформации вводятся в программу в качестве исходных (заданных) деформаций.

Программа может быть использована для обработки результатов экспериментов, в которых замеры полные (длительные) деформации бетона, в том числе и для обсека натурных наблюдений за состоянием сооружений с помощью розеток телетензометров. В этом случае заданные деформации определяются по формуле (2.3). Свободные температурно-влажностные деформации при этом должны быть исключены (например, с помощью измерения деформаций в ненапряженных элементах - "усадочных конусах").

4.7. Программа НАПР относится непосредственно к одномерной задаче теории упруго-ползучего тела, но может использоваться также в общем случае трехмерного поля напряжений, если известны три ортогональные компоненты тензора полных деформаций. В этом случае по выражению (2.3) вычисляются "приведенные" деформации по каждой оси, а процедура вычислений напряжений остается прежней. Здесь как и обычно в теории ползучести используется соотношение (3.2), что предполагает задание еще одной константы - коэффициента Пуассона.

4.8. Программа НАПР может применяться и в чисто расчетных задачах для однородной области. Здесь может встречаться ряд случаев. Если граничные условия заданы только в виде усилий (напряжений), то в линейной области решение в напряжениях с учетом ползучести в точности равно решению упруго-мгновенной задачи, а перемещения в любой точке изменяются во времени в соответствии с изменением меры ползучести. В этом случае учет ползучести для напряжений не требуется.

Если задача связана с воздействием квазистационарных вынужденных деформаций (температура, усадка, осадка опор и т.п.), а условия на контуре заданы в виде свободного или жестко заделанного края, то полные деформации будут постоянными во времени и могут



быть найдены из упругого решения краевой задачи. Подставляя найденные таким образом деформации в программу НАПР в виде еременного ряда значений для каждой точки отдельно, мы в итоге получим затухание напряжений за счет ползучести бетона. Это затухание зависит от истории заданных воздействий.

В общем более сложном случае, когда граничные условия не совпадают с описанными выше (упруго-податливая опора и т.д.), или если речь идет о контактной задаче теории ползучести (кусочно-однородное упруго-ползучее тело) расчеты напряжений с учетом ползучести требуют более общего подхода, не связанного с принципом Вольтерра-Арутюниана [3]. Подобное положение в общем случае имеет место и в нелинейной области ползучести. Во всех этих случаях программа НАПР может быть использована только для приближенных решений.

..9. Расчет потерь предварительного напряжения вследствие ползучести бетона по методике А.В.Швецова [18] в центральные обжаты железобетонных элементах сводится к решению интегрального уравнения теории ползучести по программе НАПР при следующих дополнительных указаниях:

- усадочные деформации принимаются нулевыми;
- вычисляется параметр армирования

$$\rho = \frac{1}{M_a E_a + M_n E_n} \quad (4.1)$$

где  $M_a$  - коэффициент обычного армирования,

$E_a$  - модуль упругости обычной арматуры,

$M_n, E_n$  - те же для предварительно напряженной арматуры;

- вычисляются значения деформаций ползучести бетона от постоянного (условно) предварительного напряжения  $\sigma_s(t_c)$ , приложенного центрально к возрасту бетона  $t_c$ .

$$\varepsilon(t_n) = - \sigma_s(t_c) \cdot C(t_n, t_c), \quad (4.2)$$

$$\text{где } \sigma_s(t_0) = \frac{M_n \sigma_n(t_0)}{1 + \rho_a \mu_a'} ; \quad \rho_a = \frac{E_a}{E_s(t_0)} ,$$

$\sigma_n(t_0)$  - начальные напряжения в напрягаемой арматуре при натяжении на бетон,

$$\sigma_n(t_0) = \frac{\sigma_0 (1 + \rho_a \mu_a)}{1 + \rho_a \mu_a + \rho_n \mu_n} ; \quad \rho_n = \frac{E_n}{E_s(t_0)} \quad - \text{ то же при натя-$$

жении на упоры с напряжением до отпуска, равным  $\sigma_0$  ,

- вводится новая функция

$$\tilde{\sigma}(t, \tau) = \rho + \delta(t, \tau), \quad (4.3)$$

отличающаяся от обычной функции полных удельных деформаций бетона постоянным слагаемым  $\rho$  .

Уравнение относительно напряжений в бетоне, вызванных предварительным напряжением, по А.В.Швецову с учетом выше введенных обозначений имеет вид:

$$\sigma_s(t_n) = \sigma_s(t_{n-1}) + \frac{i}{\delta(t_n, \tau)_{i-1}^n} \left\{ -\sigma_s(t_0) C(t_n, t_0) - \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^{n-1} \Delta \sigma_i^* \tilde{\sigma}(t_n, \tau)_{i-1}^i \right\} \quad (4.4)$$

Выражение (4.4) с учетом (4.2) тождественно зависимости (I) в программе НАПР.

Напряжения в предварительно напряженной арматуре на любой момент времени равны:

$$\sigma_n(t_n) = \frac{\sigma_s(t_n) + M_a \sigma_a(t_n)}{M_n}, \quad (4.5)$$

$$\sigma_a(t_n) = E_a \frac{\sigma_s(t_0) + \sigma_s(t_n)}{2} \cdot \delta(t_n, \tau),$$

а потери напряжений составляют

$$\Delta \sigma_n(t_n) = \sigma_n(t_0) - \sigma_n(t_n).$$

Таким образом, для расчета потерь предварительного напряжения в центрально обжатых элементах по программе НАИР достаточно ввести нетрудоемкое изменение функции  $\delta(t, \tau)$  на  $\tilde{\delta}(t, \tau)$ , например, путем введения фиктивного модуля упругости

$$\tilde{E}(\tau) = \frac{E(\tau)}{1 + \rho E(\tau)}$$

и вычислить предварительно ряд значений деформаций ползучести по выражению (4.2), считая их в дальнейшем заданными вынужденными деформациями.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Александровский С.В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменения температуры и влажности с учетом ползучести. Стройиздат, 1973, с.432.
2. Александровский С.В., Коган Е.А. Экспериментально-теоретические исследования термонапряженного состояния бетонных брусьев, заземленных по торцам, с учетом ползучести. В кн. Проблемы ползучести и усадки бетона. М., Стройиздат, 1974, с. 206-219
3. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехтеориздат, М., 1952, с.323.
4. Арутюнян Н.Х., Александровский С.В. Современное состояние развития теории ползучести бетона. В сб. Ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций. Под ред. С.В. Александровского. М., Стройиздат, 1976, с.5-96.
5. Берг С.Я., Шербаков Е.Н., Кичигина Г.И. Опыт практического приложения теории ползучести в нормативных документах по проектированию железобетонных мостов. Сб. научных трудов ЦНИИСа, вып. 77 "Проблемы ползучести и усадки бетона". Изд. ЦНИИСа, 1974 с.4-9.
6. Васильев П.И. Приближенный способ учета деформаций ползучести при определении температурных напряжений в бетонных массивных плитах. Известия ВНИИГ, т.47, 1952.
7. Васильев П.И., Гаврилин Б.А. Влияние температуры на ползучесть стареющего бетона. В сб. Ползучесть и усадка бетона. Стройиздат, 1969, с.9-20.
8. ГОСТ 24544-81. Бетоны. Методы определения деформаций усадки и ползучести. Изд-во стандартов, 1981.
9. ГОСТ 24452-80. Бетоны. Методы определения призмной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона. Изд-во стандартов, 1980.

10. Коган Е.А. О релаксации напряжений в бетоне массивных гидротехнических сооружений. Гидротехническое строительство, №9, 1980, с.24-27.

11. Коган Е.А. Ползучесть бетона при многоосном сжатии. Гидротехническое строительство, №9, 1983, с.22-25.

12. Невилль А.М. Свойства бетона. Стройиздат, М., 1972, (сокращ. перевод с англ.), с.344.

13. Методические рекомендации по исследованию усадки и ползучести бетона. НИИЖБ, М., 1975.

14. СНИП П-21-75 "Бетонные и железобетонные конструкции". М.1976.

15. Соловьева Л.Д. Экспериментальное исследование термонапряженного состояния заземленных бетонных блоков. Труды коорд. совещаний по гидротехнике. вып.103, Л., "Энергия", 1975, с.211-215.

16. Указания по проектированию железобетонных и бетонных конструкций железнодорожных, автодорожных и городских мостов и труб. СН 365-67, М. Стройиздат, 1967, 145с.

17. Швецов А.В. Приближенный способ определения собственных напряжений в бетоне с учетом переменности его деформативных свойств. Гидротехническое строительство, №8, 1952.

18. Швецов А.В. Расчет предварительно напряженных железобетонных конструкций при длительно действующих нагрузках. Ч.1. Централно и внецентренно растянутые элементы. Госэнергоиздат, 1962, 63с.

19. Brown R.D., Blundell R. The Behaviour of Concrete in Prestressed Concrete Pressure Vessels. Nuclear Engineering and Design, 23(1972), pp 488-495.

20. Soparkitwahan K.S., Neville A.M., Ghali A. Creep Poisson's Ratio of Concrete under Multiaxial Compression. Journal of ACI, N 12, v. 66, Dec. 1969, pp. 1008-1020.

21. Hannant D.Y. Creep and Creep Recovery Subjected to multiaxial Compressive Stress. *Journal of ACI*, May 1969, N5, Proc., v. 66, pp 391-394

22. Hannant D.Y. Strain Behaviour of Concrete up to 95°C under Compressive Stresses. *Conf. on P.C.P. Vs, ICE Longor.*, 1968, (Group C, Paper 17).

23. Hugginson E.C., Townsend C.L. Properties of Mass Concrete to 22 years age and their Influence on the Design of Large Concrete Dams. *VIII International Congress on Large Dams*, Q. 30, R. 5, vol. 3, Edinburgh, 1964.

24. I. J. Jordaan, J. M. Illston. The Creep of sealed Concrete under Multiaxial Compressive Stresses. *Magazine of Concrete Research*, v. 21, N. 69, Dec. 1969, pp 195-204

25. J. M. Illston, I. J. Jordaan. Three-dimensional Creep measurements in young Concrete. *Materials and Structures, Research and Testing, RILEM*, v. 4, N. 24, XI-XII, 1971, pp 371-378.

26. I. J. Jordaan, J. M. Illston. Time-dependent Strains in Sealed Concrete under Systems of Variable Multiaxial Stress. *Magazine of Concrete Research*, v. 23, N. 75-76, 1971, pp 79-88.

**ПРИЛОЖЕНИЕ I**

**Аналоговые данные по ползучести, модулю упругости  
и коэффициентам релаксации напряжений**

Таблица I

Коэффициенты в формуле ( I.3 ) для описания изменения модуля упругости стареющего бетона (данные НИСа Гидропроекта)

Марка бетона	Модуль упругости					Объект
	$E_0 \times 10^{-5}$	$\alpha$	$\beta$	$m$	$n$	
	МПа	-	-	I/сут	I/сут	
200	0.425	0.2573	0.627	0.0063	0.1965	Плотина Токтогульской ГЭС (проект)
250	0.404	0.5035	0.2965	0.0591	0.751	Андижанская плотина
250	0.4	0.207	0.336	0.00605	0.135	Плотина Мансур Эддахи (Марокко)
300	0.432	0	0.595	0	0.0534	Токтогульская плотина (внутренняя зона)
400	0.32	0.47	0	0.0967	0	Защитная оболочка НВ АЭС, отм. 37 м.
450	0.41	0.1508	0.3719	0.0062	0.12	Ингурская плотина (внутренняя зона)
500	0.375	0.345	0	0.0443	0	Защитная оболочка НВ АЭС, отм. 15 м



Таблица 2

Коэффициенты для описания семейства кривых меры ползучести  
старейшего бетона и бетона зрелого возраста  
(данные НИИ Гидропроект)

Марка бетона	Характеристика бетона	Возраст бетона до 2-3 лет-выражение (3.4)											Возраст бетона выше 2-3 лет		Объект		
		$\varphi_0$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\Delta_0$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$\gamma$	$\lambda_2$	$\alpha$		$\alpha_1$	$\beta_1$
		в долях $10^{-5}$ (МПа) <sup>-1</sup>					г/сут.						$\frac{МПа}{сут} \cdot 10^4$	-			
200	ПЦЦ М400 215кг/м <sup>3</sup> в/ц = 0.56 Дмакс = 100мм	2	13.09	3.614	0.95	14.18	0.582	0.2441	0.0084	0.329	0.0136	0.018	0,8	0,5	0,845	0,1459	Плотина Токто-гульской ГЭС (проект)
250	АПЦ М300 244кг/м <sup>3</sup> в/ц = 0.52 Дмакс = 80 мм	1.2	11.96	2.035	0,3	10.8158	0.2265	0.4805	0.0109	0.4782	0.0044	0.001	0,95	1.5	0,0556	0,5207	Андижанская плотина
250	Цемент 200 кг/м <sup>3</sup> в/ц = 0.75 Дмакс = 120 мм	1,0	22,095	2.72	0,4	16.97	1.243	0.2453	0.01048	0.3102	0.01235	0.014	0,85	5	0,3062	0,20	Плотина Мансур Эдахи (Марокко)
300	ПЦЦ М400 200кг/м <sup>3</sup> в/ц = 0.456 Дмакс = 130мм	1,15	4.461	2.692	0.35	3.3	0.292	0.1657	0.0134	0.1908	0.0055	0.007	0.85	5	0,1621	0,3321	Токтогульская плотина (внутренняя зона)
400	ПЦ М500 530кг/м <sup>3</sup> в/ц = 0.415 Дмакс = 40 мм	2.5	7.48	0.2	0,65	1.97	0.08	0.0926	0.0077	0.0987	0.0077	0.013	0.25	1	0,4843	0,2782	Защитная оболочка, отм. 37м НВ АЭС
450	ИГЦ М400 270 кг/м <sup>3</sup> в/ц = 0.45 Дмакс = 120 мм	1.5	5.004	2.366	0.5	2.346	0.76	0.183	0.0098	0.151	0.015	0.002	0.95	1.5	0,1454	0,3956	Ингурская плотина (внутренняя зона, проект)
500	ПЦ М600 480 кг/м <sup>3</sup> в/ц = 0.395 Дмакс = 20 мм	3.4	1.951	0.2	0.2	0.489	0.045	0.0658	0.0077	0.0516	0.0045	0.004	0.5	0.5	0,2337	0,4538	Защитная оболочка НВ АЭС, отм 15 м

Таблица 3

Коэффициенты релаксации напряжений для бетона проектного состава плотины  
Токтогульской ГЭС (М 200)

t, сутки	Возраст бетона в сутках на момент приращения напряжений																				
	3	7	10,5	14	21	28	45	60	75	90	105	120	150	180	210	240	300	360	480	600	720
3	I																				
7	0,394	I																			
10,5	0,354	0,49	I																		
14	0,324	0,433	0,556	I																	
21	0,286	0,363	0,454	0,534	I																
28	0,266	0,334	0,399	0,461	0,566	I															
45	0,246	0,286	0,342	0,388	0,441	0,497	I														
60	0,239	0,272	0,321	0,358	0,399	0,432	0,543	I													
75	0,235	0,266	0,312	0,345	0,373	0,40	0,469	0,564	I												
90	0,233	0,262	0,307	0,338	0,366	0,384	0,429	0,491	0,581	I											
105	0,232	0,26	0,305	0,334	0,361	0,371	0,407	0,449	0,509	0,594	I										
120	0,232	0,259	0,303	0,330	0,357	0,368	0,394	0,425	0,467	0,525	0,601	I									
150	0,231	0,258	0,301	0,33	0,354	0,363	0,381	0,40	0,425	0,456	0,496	0,549	I								
180	0,231	0,257	0,30	0,329	0,352	0,36	0,375	0,39	0,408	0,428	0,453	0,482	0,568	I							
210	0,231	0,257	0,30	0,329	0,352	0,36	0,373	0,386	0,401	0,416	0,431	0,456	0,503	0,582	I						
240	0,231	0,257	0,30	0,328	0,351	0,359	0,372	0,384	0,397	0,411	0,425	0,44	0,474	0,52	0,592	I					
300	0,231	0,257	0,30	0,328	0,351	0,359	0,371	0,383	0,395	0,407	0,419	0,431	0,455	0,479	0,507	0,545	I				
360	0,231	0,257	0,30	0,328	0,351	0,359	0,371	0,382	0,394	0,406	0,418	0,430	0,451	0,47	0,488	0,506	0,56	I			
480	0,231	0,257	0,30	0,328	0,351	0,359	0,371	0,382	0,394	0,406	0,418	0,429	0,449	0,467	0,482	0,495	0,515	0,535	I		
600	0,231	0,257	0,30	0,328	0,351	0,359	0,371	0,382	0,394	0,406	0,418	0,429	0,449	0,467	0,482	0,494	0,513	0,525	0,545	I	
720	0,231	0,257	0,30	0,328	0,351	0,359	0,371	0,382	0,394	0,406	0,418	0,429	0,449	0,467	0,482	0,494	0,512	0,524	0,535	0,549	I
900	0,231	0,257	0,30	0,328	0,351	0,359	0,371	0,382	0,394	0,406	0,418	0,429	0,449	0,467	0,482	0,484	0,512	0,524	0,535	0,539	0,542

t - возраст бетона на момент вычисления напряжений с учетом ползучести.

Коэффициенты релаксации напряжений для бетона Токтогульской плотины (М 300)

Таблиц. 4

t, сутки	Возраст бетона в сутках на момент приращения напряжений																								
	1	3	7	10,5	14	21	28	45	60	75	90	105	120	150	180	210	240	300	360	480	600	720	900		
I	I																								
3	0,578	I																							
7	0,529	0,589	I																						
10,5	0,49	0,546	0,663	I																					
14	0,457	0,508	0,615	0,705	I																				
21	0,405	0,448	0,51	0,617	0,686	I																			
28	0,369	0,407	0,483	0,554	0,613	0,716	I																		
45	0,317	0,35	0,414	0,466	0,516	0,585	0,647	I																	
60	0,294	0,322	0,38	0,425	0,463	0,522	0,572	0,692	I																
75	0,279	0,305	0,359	0,401	0,435	0,486	0,523	0,622	0,715	I															
90	0,27	0,294	0,345	0,384	0,416	0,461	0,486	0,576	0,653	0,734	I														
105	0,261	0,287	0,335	0,373	0,404	0,445	0,475	0,544	0,611	0,68	0,749	I													
120	0,258	0,28	0,327	0,365	0,394	0,432	0,46	0,522	0,58	0,641	0,701	0,762	I												
150	0,252	0,274	0,32	0,355	0,381	0,417	0,44	0,492	0,54	0,59	0,639	0,686	0,734	I											
180	0,243	0,27	0,315	0,348	0,373	0,407	0,429	0,473	0,515	0,559	0,60	0,641	0,68	0,756	I										
210	0,247	0,268	0,311	0,344	0,369	0,40	0,42	0,461	0,50	0,536	0,576	0,614	0,645	0,703	0,771	I									
240	0,245	0,266	0,309	0,341	0,366	0,396	0,415	0,453	0,488	0,524	0,539	0,592	0,621	0,676	0,728	0,782	I								
300	0,243	0,263	0,306	0,338	0,362	0,392	0,409	0,443	0,476	0,509	0,539	0,568	0,593	0,637	0,677	0,714	0,752	I							
360	0,242	0,262	0,304	0,336	0,359	0,388	0,405	0,438	0,469	0,50	0,529	0,555	0,575	0,618	0,65	0,678	0,704	0,765	I						
480	0,241	0,261	0,303	0,335	0,358	0,386	0,402	0,434	0,463	0,492	0,519	0,544	0,566	0,602	0,628	0,648	0,664	0,692	0,725	I					
600	0,241	0,261	0,303	0,334	0,357	0,386	0,402	0,433	0,462	0,49	0,517	0,541	0,562	0,598	0,62	0,638	0,651	0,669	0,634	0,731	I				
720	0,241	0,261	0,303	0,334	0,357	0,385	0,401	0,435	0,461	0,49	0,516	0,54	0,561	0,594	0,618	0,635	0,647	0,661	0,67	0,689	0,734	I			
900	0,241	0,261	0,303	0,334	0,357	0,385	0,401	0,432	0,46	0,489	0,516	0,54	0,560	0,593	0,617	0,634	0,645	0,658	0,665	0,671	0,681	0,706			

t - возраст бетона на момент вычисления напряжений с учетом ползучести.

Таблица 5

Коэффициенты релаксации напряжений для бетона Ингурской плотины (М 450), проект

t, сутки	Возраст бетона в сутках на момент приложения напряжений																						
	1	3	7	10,5	14	21	28	45	60	75	90	105	120	150	180	210	240	300	360	480	600	720	
1	I																						
3	0,545 I																						
7	0,495	0,539	I																				
10,5	0,459	0,504	0,569	I																			
14	0,428	0,474	0,538	0,622	I																		
21	0,378	0,426	0,509	0,569	0,621	I																	
28	0,342	0,391	0,474	0,531	0,578	0,655	I																
45	0,282	0,333	0,42	0,472	0,513	0,574	0,626	I															
60	0,256	0,316	0,394	0,442	0,48	0,533	0,575	0,675	I														
75	0,242	0,295	0,376	0,424	0,469	0,51	0,541	0,624	0,711	I													
90	0,222	0,264	0,364	0,411	0,445	0,487	0,518	0,569	0,654	0,722	I												
105	0,219	0,275	0,355	0,402	0,434	0,474	0,502	0,563	0,62	0,679	0,74	I											
120	0,213	0,267	0,349	0,395	0,423	0,463	0,489	0,544	0,594	0,617	0,70	0,754	I										
150	0,205	0,26	0,34	0,385	0,414	0,449	0,471	0,516	0,558	0,602	0,645	0,689	0,732	I									
180	0,198	0,253	0,334	0,378	0,406	0,44	0,459	0,499	0,534	0,574	0,59	0,646	0,683	0,754	I								
210	0,195	0,25	0,33	0,374	0,402	0,433	0,452	0,486	0,518	0,551	0,584	0,616	0,646	0,71	0,769	I							
240	0,191	0,247	0,326	0,371	0,399	0,429	0,445	0,477	0,506	0,535	0,565	0,588	0,623	0,678	0,73	0,78	I						
300	0,187	0,243	0,322	0,366	0,394	0,422	0,437	0,466	0,49	0,515	0,541	0,561	0,589	0,635	0,677	0,717	0,755	I					
360	0,185	0,24	0,32	0,363	0,39	0,418	0,433	0,457	0,48	0,503	0,525	0,547	0,569	0,609	0,644	0,678	0,708	0,768	I				
480	0,182	0,237	0,317	0,36	0,387	0,414	0,427	0,449	0,468	0,489	0,507	0,527	0,545	0,578	0,607	0,633	0,656	0,697	0,738	I			
600	0,180	0,236	0,315	0,358	0,385	0,413	0,424	0,440	0,462	0,480	0,498	0,515	0,532	0,562	0,587	0,61	0,628	0,66	0,689	0,75	I		
720	0,179	0,235	0,315	0,358	0,384	0,41	0,422	0,442	0,457	0,476	0,493	0,509	0,525	0,554	0,577	0,596	0,612	0,639	0,661	0,703	0,756	I	
900	0,178	0,234	0,314	0,357	0,383	0,409	0,420	0,439	0,455	0,472	0,489	0,504	0,519	0,545	0,567	0,589	0,60	0,621	0,638	0,662	0,694	0,735	

t - возраст бетона на момент вычисления напряжений с учетом ползучести.

**ПРОГРАММА  
АППРОКСИМАЦИИ ИЗМЕНЕНИЯ МОДУЛЯ  
УПРУГОСТИ БЕТОНА (АППРЕ)**

## ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ АППРЕ

Программа предназначена для аппроксимации кривой нарастания модуля упругости бетона во времени (в зависимости от возраста бетона  $\tau$ ). В основу положена двухчленная экспонента вида (1.3). Программа предусматривает задание исходных данных для пяти моментов времени, при этом первая точка соответствует условию:  $E(0)=0$  при  $\tau=0$ . Таким образом, из опытов необходимо располагать четырьмя значениями модуля упругости, охватывающих ранний, средний и зрелый возраст бетона (например: 3; 7; 28 и 180 суток).

Алгоритм программы построен на основе выражения (1.3), представляемого в виде:

$$E(\tau) = K \cdot E_{\varphi}(5) \cdot (1 - a e^{-m\tau} - b e^{-n\tau}), \quad (1)$$

где  $K \cdot E_{\varphi}(5) = E_0$  - предельное значение модуля упругости,

$E_{\varphi}(5)$  - исходное значение модуля упругости при наибольшем из опыта значений  $\tau$ ,

$K$  - коэффициент, автоматически определяемый программой методом последовательных приближений для наилучшего описания опытных данных ( $K > 1$ ).

В начале счета программа задает  $K=1$  и последовательно уточняет его до тех пор, пока расхождение между двумя ближайшими значениями  $K$  не становится менее 0.001. После вычисления пяти эмпирических коэффициентов в выражении (1)  $K, a, m, b, n$  программа вычисляет аппроксимированные значения модуля упругости для следующего массива значений возраста бетона:

$$T(I) = T(1) + \Delta T \cdot N \quad (2)$$

где  $T(1)$  - любое значение начального возраста бетона, например

$$T(1) = 0;$$

$\Delta T$  - Минимальный шаг выдачи значений модуля упругости (сутки);  
например  $\Delta T = 1$ ;

$N$  - счетчик, который постепенно увеличивает временной шаг выдачи значений модуля упругости ( в приведенном тексте программы  $N=1$ , максимальное количество выдаваемых значений  $E(I)$  50).

Параметры  $T(I)$ ,  $\Delta T$ ,  $N$  задаются в тексте программы в виде операторов присвоения.

Исходные данные задаются двумя массивами чисел:<sup>х)</sup>

ЕФ - пять опытных значений модуля упругости в формате 5F5.2;

ТФ - пять соответствующих значений возраста бетона в формате 5F5.0.

Выдача результатов:

- 1) печатается массив значений  $T(I)$  и соответствующий ему массив аппроксимированных значений модуля упругости  $E(I)$ ,
- 2) печатаются в строку эмпирические коэффициенты:  $K$  ( два последних значения в ходе итераций),  $a$ ,  $m$ ,  $b$ ,  $n$ .

Текст программы и пример расчета приводятся ниже.

---

х) Опытные данные предварительно обрабатываются так, чтобы они лежали приблизительно на плавной кривой.

```

0001 *NAME ANOPE
0002 *NO LIST
0003 *NO LOAD LIST
0004 PROGRAM ANOPE
0005 DIMENSION E(5),T(5)
0006 DIMENSION F(5),F1(5),F2(5)
0007 DIMENSION E(50),T(50)
0008 REAL K,K1
0009 IF(.EQVFL(7),EQ.1)GOTO 100
0010 READ 1,E0
0011 1 FORMAT(5F5,2)
0012 PRINT 12,E0
0013 READ 2,T0
0014 2 FORMAT(5F5,0)
0015 PRINT 12,T0
0016 DO 3 I=1,5
0017 3 F(1)=E0(1)/E0(5)
0018 F1(3)=0.
0019 10 F(3)=F(3)+0.001
0020 K=1.
0021 K1=1.
0022 4 K=(K1+K)/2.
0023 B=ALOG((F(3)-K-K*F1(3))/(F(4)-K1))/(T0(4)-T0(3))
0024 A=(K-F(4))/(K*EXP(-B*T0(4)))
0025 K1=1./(1.-A*EXP(-B*T0(5)))
0026 D=C=ABS(K-K1)
0027 IF(D00.6T.0.001)GOTO 4
0028 DO 5 I=1,5
0029 5 F2(I)=A*EXP(-B*T0(I))
0030 D=ALOG((1.-F2(1)-F(1)/K1)/(1.-F2(2)-F(2)/K1))/
0031 (T0(2)-T0(1))
0032 C=(1.-F2(2)-F(2)/K1)/EXP(-D*T0(2))
0033 F1I=C*EXP(-D*T0(3))
0034 PRINT 14,F1I
0035 14 FORMAT(3X,F8,6)
0036 IF(A+C,GE.1.0)GOTO 10
0037 T(I)=0.
0038 DT=1.
0039 N=1
0040 DO 7 I=2,50
0041 N=N+1
0042 IF(1.6T.20)GOTO 15
0043 GOTO 7
0044 15 N=N+3
0045 7 T(I)=T(1)+DT*(N-1)
0046 DO 8 I=1,50
0047 8 E(I)=K1*(1.-A*EX(-B*T(I))-C*EXP(-D*T(I)))*E0(5)
0048 PRINT 9,(T(I),I=1,50)
0049 9 FORMAT(3X,15F8,2)
0050 PRINT 11,(E(I),I=1,50)
0051 11 FORMAT(3X,15F8,3)
0052 100 PRINT 12,K,K1,A,D,C,0
0053 12 FORMAT(3X,5F10,5)
0054 STOP
0055 END
0056 *EXECUTE
0057 *END FILE

```



МОНИТОРНАЯ СИСТЕМА "ДЧВНА" 06.03.81 08 Дек 85 10.18  
 ОС. "ДУЧПАК"  
 БЗСМ-670  
 USER: FOGAF  
 ИИФ: 00030000047

```

      XXX    XXXX  XXXXX  XXXX  XXXX
XX  XX  X   X   X   X   X   X
XX  XX  X   X   X   X   X   X
XX  XX  X   X   X   X   X   X
XX  XX  X   X   X   X   X   X
XX  XX  X   X   X   X   X   X
XX  XX  X   X   X   X   X   X
    
```

\*NAME ADDR  
 \*NO LIST  
 \*NO LOAD LIST  
 \*EXECUTE

0.00000	1.00000	1.70000	2.70000	3.15000										
0.00000	1.00000	3.00000	10.00000	22.00000										
0.000079														
0.000107														
0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00	10.00	11.00	12.00	13.00	14.00
15.00	16.00	17.00	18.00	19.00	20.00	21.00	22.00	23.00	24.00	25.00	26.00	27.00	28.00	29.00
30.00	31.00	32.00	33.00	34.00	35.00	36.00	37.00	38.00	39.00	40.00	41.00	42.00	43.00	44.00
125.00	127.00	131.00	133.00	139.00										
0.000	1.000	1.405	1.707	1.956	2.165	2.335	2.479	2.599	2.690	2.782	2.851	2.909	2.957	2.99
3.030	3.058	3.081	3.100	3.116	3.128	3.138	3.147	3.154	3.160	3.165	3.169	3.172	3.174	3.176
3.196	3.196	3.196	3.196	3.196	3.196	3.196	3.196	3.196	3.196	3.196	3.196	3.196	3.196	3.196
3.196	3.196	3.196	3.196	3.196										
0.01408	0.01679	0.02052	0.02565	0.03125	0.03724	0.04354								

КОДЕС ЗАДАЧИ \*000000000000000000 000000000000000000  
 ВР 3 БК П1 П2 П3 П4 П5 П6 П7 П10 П11 П12 П13 П14 П15 П16 П17 КРА ЗБСЧ  
 03547 01755 00007 00062 01826 00000 77777 02126 00000 01226 01253 00744 00031 77774 07750 00007 00000 00137 00000 00000  
 АСТА РЕВ. НЕРСИН 101 СМЕ НАЧ.ВМОДА НАЧ. РЕВ. КУМ. РЕВ. КУМ.ВРЕМ. З.РЕВ. З.БА. ОСТ.ЗКО. ОСТ.РЕВ. ОСТ.ДЕЖ. ОСТ.5  
 08.12.83 16.10.83 2 10.10.31 10.10.31 15.21.27 00.00.44 04 2-0  
 ОС ДУЧПАК 034 ТРАКТОР ВРЕМ.РЕВ. КАТЕГ. АЧПЧ МУ 1РН 0П 0Л 0ЕМ 0С 0П 0М 0М 0М 0М 0М  
 БЗСМ6 БЗ35 ИСХОДЬ-НО: 23 032 00.00.40 004.00 0000 00017 0000 0000 000 000000 00102 00000 00000  
 БЗБ:

000 300000.7 352  
 \*КОРАМ \*  
 00 0000000 066.31.52 3065  
 \*АВТ-0 084-1 10.20.42\*



ПРОГРАММА  
АППРОКСИМАЦИИ КРИВЫХ МЕРЫ ПОЛЗУЧЕСТИ  
БЕТОНА ПО ФОРМУЛЕ С.В.АЛЕКСАНДРОВСКОГО  
(АКРИП)

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В расчетах термонапряженного состояния бетонных сооружений по теории упруго-ползучего тела используется мера ползучести бетона, для чего экспериментальные кривые  $C(t, \tau)$  аппроксимируются аналитическим выражением (3.4) [1].

Для снижения трудозатрат при выполнении аппроксимации разработана программа для ЭВМ БЭСМ-6. Методика аппроксимации принята аналогичной методике, приведенной в работе [1].

Программа составлена в отделе бетонных сооружений зав. группой Соловьевой Л.Д. на языке АЛГОЛ-60.

## 2. АЛГОРИТМ ПРОГРАММЫ

Кривые меры ползучести бетона  $C(t, \tau)$  описываются выражением [1] :

$$C(t, \tau) = \psi(\tau) - \psi(t) \frac{e^{\delta t - A_2} - \Delta(\tau) e^{-\alpha(t-\tau)}}{e^{\delta t - A_2}}, \quad (1)$$

где  $\tau$  - возраст нагружения бетона,

$t$  - продолжительность действия нагрузки,

$$\psi(\tau) = \psi_0 + \psi_1 e^{-j_1 \tau} + \psi_2 e^{-j_2 \tau}, \quad (2)$$

$$\Delta(\tau) = \Delta_0 + \Delta_1 e^{-j_3 \tau} + \Delta_2 e^{-j_4 \tau}, \quad (3)$$

$$\psi(t) = \psi(t) - \Delta(\tau)$$

$\psi(\tau), \Delta(\tau), \psi(t)$  - функции старения, быстро убывающие с ростом  $\tau$ ,  
 $\psi_0, \Delta_0$  - предельные значения функций  $\psi(\tau), \Delta(\tau)$ ,

$j_1, \dots, j_4, \psi_1, \psi_2, \Delta_1, \Delta_2, A_2, j, \alpha$  - эмпирические коэффициенты.

Экспериментальные кривые  $C(t, \tau)$  обычно имеют вид, приведенный на рис.1а.

По этим данным строятся функции  $\psi(\tau)$  и  $\Delta(\tau)$ , которые соответственно равны

$$\psi(\tau) = C(\infty, \tau)$$

$$\Delta(\tau) = C(\tau, \tau)$$

и имеют вид, показанный на рис.1б.

Так как обычно экспериментальные кривые  $C(t, \tau)$  получают в кратковременных опытах, т.е. условие  $t \rightarrow \infty$  не выполняется, поэтому  $\psi(\tau)$  рекомендуется принимать по экстраполяции до момента кажущегося затухания деформаций ползучести.

Функция  $\Delta(\tau)$  отражает изменение быстроспонтанных деформаций ползучести. Их значения принимаются на момент  $t - \tau = \text{Iсут.}$

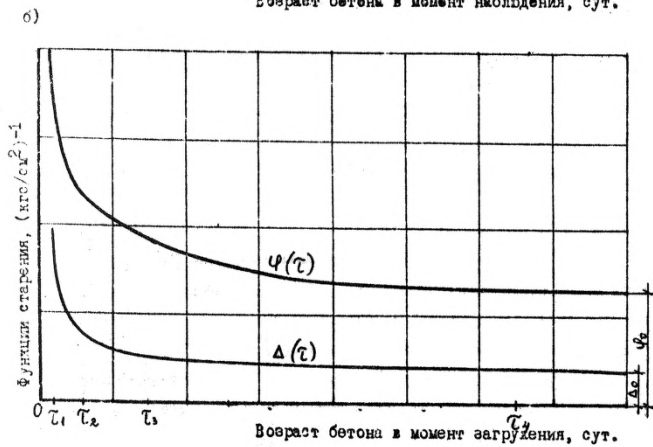
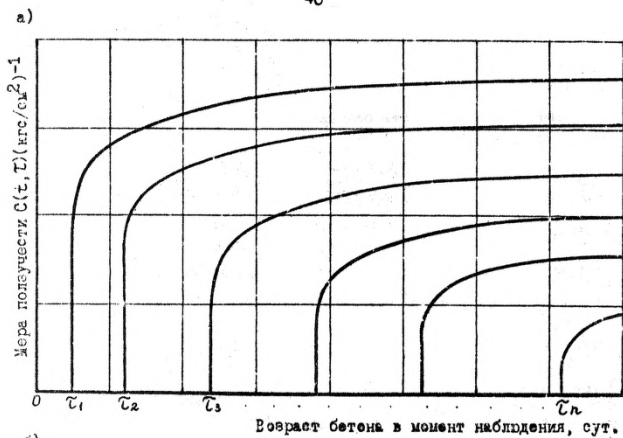


Рис. 1 Мера ползучести бетона  $C(t, \tau)$  (а) и функции старения  $\varphi(\tau)$  и  $\Delta(\tau)$  (б)

Функции  $\varphi(\tau)$  и  $\Delta(\tau)$  представляют собой монотонно убывающие кривые. Такой же вид должна иметь кривая  $\psi(\tau)$ , чего можно достигнуть некоторой корректировкой функции  $\Delta(\tau)$ .

Аппроксимируем функцию  $\psi(\tau)$  с помощью выражения (2). Параметр  $\varphi_0$  принимаем равным минимальному значению  $\psi(\tau)$ . На кривой выделяем пологий участок и аппроксимируем его с помощью выражения, имеющего один экспоненциальный член:

$$\psi'(\tau) = \varphi_0 + \varphi_1 e^{-j_1 \tau} \quad (4)$$

Составляем систему уравнений для двух различных моментов времени загрузки бетона  $\tau_3$  и  $\tau_4$ , находящихся на этом участке:

$$\begin{aligned} \psi'(\tau_3) &= \varphi_0 + \varphi_1 e^{-j_1 \tau_3} \\ \psi'(\tau_4) &= \varphi_0 + \varphi_1 e^{-j_1 \tau_4} \end{aligned}$$

Решая ее, получим значения  $\varphi_1$  и  $j_1$ . По выражению (4) подставляя коэффициенты  $\varphi_1$  и  $j_1$ , вычисляем значения функции  $\psi'(\tau)$  на моменты времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , находящиеся на крутом участке. Разница между вычисленными значениями  $\psi'(\tau_1)$  и  $\psi'(\tau_2)$  и экспериментальными величинами  $\psi(\tau)$  на эти же моменты описывается с помощью второй быстро убывающей экспоненты:

$$\begin{aligned} \psi(\tau_1) - (\varphi_0 + \varphi_1 e^{-j_1 \tau_1}) &= \varphi_2 e^{-j_2 \tau_1} \\ \psi(\tau_2) - (\varphi_0 + \varphi_1 e^{-j_1 \tau_2}) &= \varphi_2 e^{-j_2 \tau_2} \end{aligned}$$

Решая эту систему, получим коэффициенты  $\varphi_1$  и  $j_1$ .

Аппроксимация кривой  $\Delta(\tau)$  выполняется аналогично по выражению (3).

После этого методом наименьших квадратов подбираются коэффициенты  $\alpha$ ,  $A_2$ ,  $\gamma$ , входящие в выражение (1).

Из экспериментальных данных известно, что эти коэффициенты меняются в пределах:

$$A_2 \text{ от } 0.5 \text{ до } 1,$$

$$\alpha \text{ от } 0.5 \text{ до } 3,$$

$$\gamma \text{ от } 0.001 \text{ до } 0.04.$$

Путем перебора всех значений  $A_2$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  с небольшим шагом определяются суммы квадратов разности вычисленных зна-

чений  $C(t, \tau)$  и экспериментальных по всем кривым с определенным шагом. Искомые значения коэффициентов  $\alpha$ ,  $A_2$  и  $\gamma$  соответствуют минимальному значению суммы квадратов. Минимально необходимое число кривых мерн полелучести для одного состава бетона 4. Количество рассматриваемых точек на каждой кривой не менее 20.

### 3. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

#### 3.1. Исходная информация

- $F0$  - предельное значение функции  $\varphi(\tau)$ ;  
 $M1, M2, M3, M4$  - исходные экспериментальные значения, взятые с кривой  $\varphi(\tau)$ ;  
 $D0$  - предельное значение функции  $\Delta(\tau)$ ;  
 $B1, B2, B3, B4$  - исходные экспериментальные значения, взятые с кривой  $\Delta(\tau)$ ;  
 $TT1, TT2, TT3, TT4$  - значения возраста бетона, соответствующие исходным данным по  $\varphi(\tau)$  и  $\Delta(\tau)$ .

Эти значения выбираются исходя из характера кривых, и могут не соответствовать значениям  $\tau$  экспериментальных кривых  $C(t, \tau)$ .

- $TM$  - максимальная продолжительность действия нагрузки, принимаемая одинаковой для всех значений  $\tau$ ;  
 $N$  - количество аппроксимируемых кривых;  
 $M$  - количество точек, рассматриваемых на каждой аппроксимируемой кривой;  
 $DT$  - массив интервалов времени, через которые вводятся экспериментальные значения  $C(t, \tau)$ , равный  $M$  числам, одинаковым для всех значений  $\tau$ ;  
 $TT$  - массив  $\tau$  - возрастов загрузки бетона, равный  $N$  числам (экспериментальные кривые);  
 $TP$  - массив  $\tau$  - возрастов загрузки бетона, равный  $P$  числам (расчетные кривые);

- $C_1$  - экспериментальные значения  $C(t, \tau)$ , их количество равно  $N \times M$ ;  
 $NT$  - продолжительность действия нагрузки и расчетных кривых;  
 $P$  - количество расчетных кривых  $C(t, \tau)$ .

### 3.2. Вывод информации

Выдаются на печать подобранные значения коэффициентов, входящих в уравнения (2) и (3), а также рассчитанные по этим выражениям значения функций  $\varphi(\tau)$  и  $\Delta(\tau)$  и их разности  $\psi(\tau)$ .

Дальше печатаются подобранные коэффициенты  $A_2, \alpha, \gamma$ , входящие в выражение (1), и значение минимальной суммы квадратов.

Расчетные значения  $C(t, \tau)$  выдаются с переменным интервалом: в первые 10 суток после загрузки через 1 сутки, в последующие 20 суток через 2 суток и дальше до 100 суток через 5 суток. После 100 суток до заданного  $NT$  значения  $C(t, \tau)$  выданы через 20 суток. Печать выполняется в два столбца. Количество выдаваемых за один раз расчетных кривых  $C(t, \tau)$  по условиям печати может быть не более 6.

---

\*) Для полной выдачи результатов расчета число  $\frac{NT-100}{20}$  должно быть четным.



```

0001 -BEGIN INTEGER I,J,M,N,TM,TX,TCX,TT1,TT2,TT3,TT4,HT,P
0002 I:=
0003 -INTEGER A,MT:=
0004 -REAL R1,R2,R3,R4,F0,F1,F2,D0,D1,D2,D3,D4,
0005 FF1,FF2,D01,D02,A,A2,C2,MIN,A22,AA,CG,
0006 CX,CCX,C3,C,51,52,53,54,S,S1:=
0007 INPUT(F0,D1,D2,D3,D4,D0,D1,D2,D3,D4,TT1,TT2,TT3,TT4):=
0008 INPUT(TM,MT,N,M,P):=
0009 -BEGIN ARRAY F(1:N),D(1:N),K(1:N),
0010 T(1:N,1:M),K(1:N,1:M),DT(1:M),C(1:N,1:M),
0011 C(1:N,1:M),C2(1:P,1:HT/2),C3(1:P,1:HT/2):=
0012 -INTEGER ARRAY T1(1:P,0:HT),TC(1:P,1:HT),TT(1:N),TP(1
0013 :P):=
0014 INPUT(DT,TT,C1,TP):=
0015 MAP(0,128,0,0,0,0):=
0016 MET:=LN((D3-F0)/(D4-F0))/(TT4-TT3):=
0017 F1:=(D3-F0)/EXP(-F1*TT3):=
0018 FF1:=F0+F1*EXP(-F1*TT1):=
0019 FF2:=F0+F1*EXP(-F1*TT2):=
0020 F2:=LN((D1-FF1)/(D2-FF2))/(TT2-TT1):=
0021 F2:=(D1-FF1)/EXP(-F2*TT1):=
0022 D3:=(D3-D0)/(D4-D0)/(TT4-TT3):=
0023 D3:=(D3-D0)/EXP(-D3*TT3):=
0024 D01:=D0+D1*EXP(-D3*TT1):=
0025 D02:=D0+D1*EXP(-D3*TT2):=
0026 F4:=LN((51-D01)/(52-D02))/(TT2-TT1):=
0027 D2:=(51-D01)/EXP(-F4*TT1):=
0028 -FOR I:=1,STEP 1,UNTIL N,DO -BEGIN =
0029 F(1):=F0+F1*EXP(-F1*TT(1))+F2*EXP(-F2*TT(1)):=
0030 D(1):=D0+D1*EXP(-D3*TT(1))+D2*EXP(-D4*TT(1)):=
0031 K(1):=F(1)-D(1) -END =
0032 -FOR I:=2,STEP 1,UNTIL N,DO =
0033 -IF (K(1)-1-K(1))<0-THEN -GOTO N3M:=
0034 OUTPUT('T', ' ' F1 ' ' F2 ' ' D1 ' ' D2):=
0035 F1 ' ' F2 ' ' D1 ' ' D2):=
0036 OUTPUT('2/'):=
0037 OUTPUT('2/'):=
0038 OUTPUT('T', 'TAV'):=
0039 -FOR I:=1,STEP 1,UNTIL N,DO =
0040 OUTPUT('Z3030',TT(I)):=
0041 OUTPUT('2/'):=
0042 OUTPUT('T', 'F(TAV)='Z3030,40',F,/,/,T, 'D(TAV)='
0043 'Z3030,40',
0044 'Z3030,40',K(1)):=
0045 -GOTO PRO:=
0046 N3M:=51-51/100:=
0047 B2:=62-62/100, GOTO MET:=
0048 PRO:=MIN:=100:=
0049 -FOR A2:=0.5,STEP 0.05,UNTIL 1,DO -BEGIN =
0050 -FOR A:=0.5,STEP 0.5,UNTIL 3,DO -BEGIN =
0051 -FOR C:=0.001,STEP 0.001,UNTIL 0.04,DO -BEGIN =
0052 J:=1:=
0053 -FOR I:=1,STEP 1,UNTIL N,DO -BEGIN =
0054 T(I,J):=T(I)+DT(J):=
0055 C(I,J):=F(I)-K(1)*(EXP(F*TT(I))-A2)/=
0056 (EXP(F*TT(I,J))-A2)-D(I)*EXP(-A*(T(I,J)-TT(I))):=
0057 K(I,J):=C(I,J)-C(I,J):=
0058 -END =

```

```

0058 -FOR J:=2,STEP 1,UNTIL M-1,DO -BEGIN =
0059 -FOR I:=1,STEP 1,UNTIL N,DO -BEGIN =
0060 T(I,J):=T(I,J-1)+DT(J):=
0061 C(I,J):=F(I)-K(1)*(EXP(F*TT(I))-A2)/=
0062 (EXP(F*TT(I,J))-A2)-D(I)*EXP(-A*(T(I,J)-TT(I))):=
0063 K(I,J):=C(I,J)-C(I,J):=
0064 -END =
0065 -END =
0066 S1:=0, -FOR I:=1,STEP 1,UNTIL N,DO -BEGIN =
0067 S:=0:=
0068 -FOR J:=1,STEP 1,UNTIL M-1,DO -BEGIN =
0069 S:=S+(1/J)+2:=
0070 -END =
0071 S1:=S1-S-2:=
0072 -IF S1<M-1-THEN -BEGIN MIN:=S1;A2:=A2;AA:=A;CG:=CG:=
0073 -END =
0074 -END =
0075 -END =
0076 OUTPUT('T', ' ' A2 ' ' A ' ' C '
0077 MIN'):=
0078 OUTPUT('2/'):=
0079 OUTPUT('Z3030,40,D3,A22,AA,CG,MIN):=
0080 OUTPUT('2/'):=
0081 A2:=A2;A:=AA;:=CG:=
0082 OUTPUT('T', 'DPLM'):=
0083 -FOR I:=1,STEP 1,UNTIL P,DO =
0084 OUTPUT('Z3030',TP(I)):=
0085 OUTPUT('2/'):=
0086 -FOR I:=1,STEP 1,UNTIL P,DO -BEGIN =
0087 T(1,1):=TP(I):=
0088 -FOR J:=1,STEP 1,UNTIL 11,DO =
0089 T(1,J):=T(1,J-1)+1:=
0090 -FOR J:=11,STEP 1,UNTIL 21,DO =
0091 T(1,J):=T(1,J-1)+2:=
0092 -FOR J:=21,STEP 1,UNTIL 35,DO =
0093 T(1,J):=T(1,J-1)+5:=
0094 MT:=3+(HT-100)+20:=
0095 -FOR J:=35,STEP 1,UNTIL MT,DO T(1,J):=T(1,J-1)+20:=
0096 -END =
0097 B:=MT+2+1:=
0098 -FOR J:=1,STEP 1,UNTIL MT+2,DO -BEGIN =
0099 -FOR I:=1,STEP 1,UNTIL P,DO -BEGIN =
0100 F(I):=F0+F1*EXP(-F1*TP(I))+F2*EXP(-F2*TP(I)):=
0101 D(I):=D0+D1*EXP(-D3*TP(I))+D2*EXP(-D4*TP(I)):=
0102 C(I,J):=F(I)-D(I)-K(1)*(EXP(F*TP(I))-A2)/=
0103 (EXP(F*TP(I,J))-A2)-D(I)*EXP(-A*(T(1,J)-TP(I))):=
0104 TX:=T(1,J):=
0105 CX:=C(1,J):=
0106 TC(1,J):=T(1,J):=
0107 C3(1,J):=F(I)-F(I)-D(I)*(EXP(F*TP(I))-A2)/=
0108 (EXP(F*TC(1,J))-A2)-D(I)*EXP(-A*(TC(1,J)-TP(I))):=
0109 TCX:=C(1,J):=
0110 CCX:=C(1,J):=
0111 OUTPUT('Z3030',TX, 'Z00,00',CX, 'Z3030',TCX, 'Z00,00',CCX
0112 ):=
0113 -END =
0114 -END =
0115 02

```

### Б. ПРИМЕР РАСЧЕТА

Имеется пять экспериментальных кривых меры поделучности бетона М 250 Андитанской ГЭС. Возраст бетона в момент загрузки — 3, 7, 28, 180 и 340 суток.

Построим кривые  $\varphi(\tau)$  и  $\Delta(\tau)$ , записывая исходную информацию в порядке ввода по программе:

1) данные для аппроксимации функций  $\varphi(\tau)$  и  $\Delta(\tau)$

1.2; 6.0; 3.5; 2.7; 1.25; 0.3; 3.1; 0.9; 0.5; 0.3;

3; 7; 28; 340;

2) 500; 500; 5; 46; 6;

3) Массив DT

0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0.5, 0.5,  
0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 5, 5, 5,  
5, 5, 5, 10, 10, 10, 10, 10, 20, 20, 20, 20, 20, 50, 50,  
50, 50, 50, 50;

Массив TT

3, 7, 28, 180, 340;

Массив C1

0.69, 1.36, 2.07, 2.75, 2.8, 2.85, 2.9, 2.95, 3.01, 3.07,  
3.11, 3.15, 3.2, 3.25, 3.3, 3.35, 3.4, 3.47, 3.5, 3.6, 3.67,  
3.72, 3.8, 3.85, 4.0, 4.12, 4.25, 4.35, 4.45, 4.55, 4.67, 4.8,  
4.92, 5.0, 5.1, 5.25, 5.4, 5.5, 5.6, 5.67, 5.8, 5.87, 5.9,  
5.9, 5.9, 5.9,

0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.012, 1.024, 1.036, 1.05, 1.06, 1.07,  
1.085, 1.1, 1.12, 1.15, 1.17, 1.2, 1.22, 1.25, 1.27, 1.32,  
1.35, 1.38, 1.43, 1.47, 1.55, 1.62, 1.68, 1.75, 1.82, 1.97,  
1.97, 2.07, 2.1, 2.25, 2.3, 2.42, 2.53, 2.63, 2.75, 2.82,  
3.02, 3.15, 3.22, 3.27, 3.3, 3.33,

0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.512, 0.525, 0.537, 0.55, 0.57,  
 0.6, 0.625, 0.65, 0.66, 0.67, 0.72, 0.75, 0.78, 0.82, 0.85,  
 0.87, 0.92, 0.97, 1, 1.03, 1.12, 1.2, 1.25, 1.3, 1.35, 1.4, 1.5,  
 1.57, 1.65, 1.7, 1.75, 1.85, 1.95, 2.05, 2.13, 2.2, 2.3, 2.35,  
 2.4, 2.42, 2.45, 2.47,

0.06, 0.12, 0.18, 0.25, 0.255, 0.26, 0.265, 0.27, 0.295,  
 0.32, 0.336, 0.35, 0.36, 0.37, 0.4, 0.42, 0.43, 0.45, 0.46,  
 0.48, 0.49, 0.5, 0.51, 0.52, 0.53, 0.55, 0.56, 0.57, 0.58,  
 0.59, 0.61, 0.63, 0.65, 0.66, 0.67, 0.7, 0.75, 0.77, 0.8, 0.85,  
 0.92, 0.97, 1.02, 1.07, 1.12, 1.17,

0.06, 0.12, 0.18, 0.25, 0.255, 0.26, 0.265, 0.27, 0.285, 0.3,  
 0.31, 0.32, 0.335, 0.35, 0.36, 0.37, 0.38, 0.4, 0.41, 0.42,  
 0.43, 0.435, 0.44, 0.445, 0.45, 0.47, 0.5, 0.51, 0.52, 0.55,  
 0.57, 0.62, 0.65, 0.67, 0.7, 0.74, 0.77, 0.8, 0.83, 0.85, 0.92,  
 0.97, 1.05, 1.07, 1.1, 1.15;

Массив ТР

3, 7, 28, 180, 340, 500;

Результаты расчетов даны ниже.



ПРОГРАММА  
РАСЧЕТА КРИВЫХ МЕРЫ ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА  
(МЕРАПЗ)

## Введение

Алгоритм записан на языке АЛГОЛ-60.

## Методика расчета и назначение программ

Кривые меры ползучести бетона рассчитываются по формуле:

$$C(t, \tau) = \varphi(\tau) - \psi(t) \frac{e^{\alpha t} - A_2}{e^{\alpha t} - A_2} - \Delta(t) e^{-\alpha(t-\tau)}, \quad (1)$$

где  $\psi(t) = \varphi(t) - \Delta(t)$ ,

$$\alpha \gg \gamma > 0, \quad 0 \leq A_2 < 1, \quad (2)$$

$$\varphi(\tau) = \varphi_0 + \varphi_1 e^{-j_1 \tau} + \varphi_2 e^{-j_2 \tau},$$

$$\Delta(t) = \Delta_0 + \Delta_1 e^{-j_3 t} + \Delta_2 e^{-j_4 t}, \quad (3)$$

$\tau$  - возраст нагружения, сут.;

$t$  - возраст наблюдения, сут.;

$\varphi(\tau)$  - предельная деформация ползучести бетона при  $t \rightarrow \infty$ ;

$\Delta(t)$  - быстроспонтанная деформация;

$A_2, \alpha, \varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, j_1, j_2, j_3, j_4$  - коэффициенты, подбираемые по экспериментальным данным.

Программа позволяет рассчитывать кривые  $C(t, \tau)$  для шести возрастов нагружения ( $\tau$  \*) до заданного возраста наблюдения  $t$ . Интервал  $\Delta t$ , с которым производится расчет, равен 1 сут.

\*) Это ограничение связано только с печатью результатов.

Исходными данными задачи являются коэффициенты, входящие в формулы (1), (2) и (3).

Значение основных идентификаторов:

$TT[1:N]$  - массив времени загрузки  $\tau$  ;

$$F0 = \varphi_0$$

$$F1 = \varphi_1$$

$$F2 = \varphi_2$$

$$\Phi1 = j^1$$

$$\Phi2 = j^2$$

$$D0 = \Delta_0$$

$$D1 = \Delta_1$$

$$D2 = \Delta_2$$

$$\Phi3 = j^3$$

$$\Phi4 = j^4$$

$$A = \alpha$$

$$A2 = A_2$$

$$\Gamma = \gamma$$

TM - максимальный текущий возраст, до которого рассчитываются кривые  $C(t, \tau)$ .

## Пример

Кривые меры ползучести рассчитываются для бетона Ингури ГЭС.  
Исходные данные (в порядке ввода в машину):

$F_0 = 1.65;$   
 $F_1 = 1.5686;$   
 $F_2 = 2.101;$   
 $D_0 = 0.42;$   
 $D_1 = 0.989;$   
 $D_2 = 0.5841;$   
 $\Phi_1 = 0.1218;$   
 $\Phi_2 = 0.0145;$   
 $\Phi_3 = 0.1536;$   
 $\Phi_4 = 0.0163;$   
 $A = 5;$   
 $\Gamma = 0.01;$   
 $A_2 = 0.9;$   
 $N = 6;$   
 $TM = 100;$   
 $Tt = 3, 7, 14, 28, 90, 180;$

Результаты расчета выдаются в виде таблицы.



```

0001 _BEGIN _INTEGER I, J, L, TM;
0002 _INTEGER TX, CX;
0003 _REAL CX, CCX;
0004 _REAL F0, F1, F2, D0, D1, D2, P1, P2, P3, P4, A, G, A2;
0005 INPUT(F0, F1, F2, D0, D1, D2, P1, P2, P3, P4, A, G, A2);
0006 INPUT(N, TM);
0007 _BEGIN _INTEGER _ARRAY T(1:N, 0:TM);
0008 T(1, 0) := T(1, 1) * N, 1: TM / 2;
0009 _ARRAY C(1:N, 0: TM / 2), CC(1:N, 1: TM / 2), F(1:N, 1: TM);
0010 DT(1: N, 1: TM), F(1: N, 0: 1); INPUT(TT);
0011 PARC(0, 120, 0, 0, 0, 0);
0012 OUTPUT('CX', CX, 'CCX', CCX);
0013 OUTPUT('Z0, Z00', F0, F1, F2, D0, D1, D2, P1, P2, P3, P4, A, G, A2);
0014 OUTPUT('Z', 1);
0015 _FOR J := 1 _STEP 1 _UNTIL N _DO _BEGIN
0016 T(J, 0) := TT(J);
0017 _FOR L := 1 _STEP 1 _UNTIL TM _DO
0018 T(J, L) := T(J, L - 1) + 1 _END;
0019 OUTPUT('T', 'CX', 'CCX', 'A', 'G', 'A2');
0020 _FOR J := 1 _STEP 1 _UNTIL N _DO _BEGIN
0021 F(J) := F0 + F1 * EXP(-A * TT(J)) + F2 * EXP(-A * 2 * TT(J));
0022 D(J) := D0 + D1 * EXP(-A * TT(J)) + D2 * EXP(-A * 4 * TT(J));
0023 OUTPUT('Z00, Z000', F(J), D(J)) _END; OUTPUT('Z', 1);
0024 OUTPUT('T', 'A', 'G', 'A2');
0025 _FOR J := 1 _STEP 1 _UNTIL N _DO
0026 OUTPUT('Z000, Z0000', T(J));
0027 OUTPUT('Z', 1);
0028 _FOR J := 1 _STEP 1 _UNTIL TM _DO _BEGIN
0029 _FOR I := 1 _STEP 1 _UNTIL N _DO _BEGIN
0030 FT(I, J) := F0 + F1 * EXP(-A1 * T(I, J)) + F2 * EXP(-A2 * T(I, J));
0031 DT(I, J) := D0 + D1 * EXP(-A3 * T(I, J)) + D2 * EXP(-A4 * T(I, J));
0032 C(I, J) := F(I) - (FT(I, J) - DT(I, J)) * (EXP(A * TT(J)) - A2) /
0033 (EXP(A * T(I, J)) - A2) - D(I) * EXP(-A * (T(I, J) - TT(J)));
0034 TX := T(I, J);
0035 CX := C(I, J);
0036 T(I, J) := TM / 2 + T(I, J);
0037 FT(I, J) := F0 + F1 * EXP(-A1 * T(I, J)) + F2 * EXP(-A2 * T(I, J));
0038 DT(I, J) := D0 + D1 * EXP(-A3 * T(I, J)) + D2 * EXP(-A4 * T(I, J));
0039 CC(I, J) := F(I) - (FT(I, J) - DT(I, J)) * (EXP(A * TT(J)) - A2) /
0040 (EXP(A * T(I, J)) - A2) - D(I) * EXP(-A * (T(I, J) - TT(J)));
0041 TCX := C(I, J);
0042 CCX := CC(I, J);
0043 OUTPUT('Z0000, TX', Z00, D0, ZCX, Z0000, J, TX, Z00, D0, CCX);
0044 _END;
0045 OUTPUT('Z', 1) _END;
0046 _END _END

```

СЧЕТ БЕЗ КОНТРОЛЯ

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ		1,650	1,569	2,101	0,420	0,989	0,984	0,122	0,011	0,154	0,016	5,000	0,010	0,900								
ФУНКЦИИ СТАРЕНИЯ		4,750	1,600	4,217	1,279	3,650	1,000	3,102	0,802	2,220	0,555	1,804	0,451									
ВРЕМЯ		3		7		14		29		50		90		180								
4	1,87	54	4,44	1,49	58	3,84	15	1,14	65	3,10	29	0,80	79	2,54	91	0,58	141	1,52	181	0,47	231	1,08
5	2,13	55	4,45	1,69	59	3,85	16	1,28	66	3,21	30	0,97	80	2,55	92	0,67	142	1,53	182	0,46	232	1,09
6	2,34	56	4,45	1,86	60	3,86	17	1,41	67	3,22	31	1,05	81	2,56	93	0,65	143	1,54	183	0,50	233	1,10
7	2,53	57	4,46	2,01	61	3,87	18	1,52	68	3,23	32	1,13	82	2,57	94	0,68	144	1,55	184	0,52	234	1,11
8	2,69	58	4,47	2,15	62	3,88	19	1,63	69	3,24	33	1,19	83	2,58	95	0,71	145	1,56	185	0,54	235	1,11
9	2,84	59	4,48	2,28	63	3,89	20	1,73	70	3,25	34	1,26	84	2,59	96	0,73	146	1,57	186	0,55	236	1,12
10	2,97	60	4,48	2,39	64	3,90	21	1,81	71	3,25	35	1,30	85	2,60	97	0,76	147	1,57	187	0,57	237	1,13
11	3,08	61	4,49	2,49	65	3,90	22	1,90	72	3,26	36	1,38	86	2,61	98	0,79	148	1,58	188	0,58	238	1,14
12	3,19	62	4,50	2,59	66	3,91	23	1,98	73	3,27	37	1,44	87	2,62	99	0,81	149	1,59	189	0,60	239	1,14
13	3,28	63	4,50	2,67	67	3,92	24	2,05	74	3,28	38	1,49	88	2,63	100	0,84	150	1,60	190	0,61	240	1,15
14	3,37	64	4,51	2,75	68	3,92	25	2,11	75	3,29	39	1,54	89	2,64	101	0,87	151	1,61	191	0,63	241	1,16
15	3,45	65	4,51	2,82	69	3,93	26	2,18	76	3,29	40	1,59	90	2,65	102	0,89	152	1,62	192	0,64	242	1,17
16	3,52	66	4,52	2,89	70	3,94	27	2,24	77	3,30	41	1,64	91	2,66	103	0,91	153	1,63	193	0,66	243	1,17
17	3,58	67	4,52	2,95	71	3,94	28	2,29	78	3,31	42	1,68	92	2,67	104	0,94	154	1,64	194	0,67	244	1,18
18	3,64	68	4,53	3,01	72	3,95	29	2,34	79	3,32	43	1,72	93	2,68	105	0,96	155	1,64	195	0,69	245	1,19
19	3,70	69	4,53	3,06	73	3,96	30	2,39	80	3,32	44	1,77	94	2,69	106	0,98	156	1,65	196	0,70	246	1,20
20	3,75	70	4,54	3,11	74	3,96	31	2,44	81	3,33	45	1,80	95	2,69	107	1,00	157	1,66	197	0,71	247	1,20
21	3,79	71	4,54	3,16	75	3,97	32	2,48	82	3,34	46	1,84	96	2,70	108	1,02	158	1,67	198	0,73	248	1,21
22	3,84	72	4,55	3,20	76	3,97	33	2,52	83	3,34	47	1,88	97	2,71	109	1,04	159	1,68	199	0,74	249	1,22
23	3,88	73	4,55	3,24	77	3,98	34	2,56	84	3,35	48	1,91	98	2,71	110	1,06	160	1,68	200	0,75	250	1,22
24	3,91	74	4,56	3,28	78	3,98	35	2,60	85	3,36	49	1,94	99	2,72	111	1,08	161	1,69	201	0,77	251	1,23
25	3,95	75	4,56	3,32	79	3,99	36	2,63	86	3,36	50	1,98	100	2,73	112	1,10	162	1,70	202	0,78	252	1,24
26	3,98	76	4,56	3,35	80	3,99	37	2,67	87	3,37	51	2,01	101	2,73	113	1,12	163	1,71	203	0,79	253	1,24
27	4,01	77	4,57	3,38	81	4,00	38	2,70	88	3,37	52	2,04	102	2,74	114	1,14	164	1,71	204	0,80	254	1,25
28	4,04	78	4,57	3,41	82	4,00	39	2,73	89	3,38	53	2,06	103	2,75	115	1,16	165	1,72	205	0,82	255	1,25
29	4,07	79	4,58	3,44	83	4,01	40	2,76	90	3,38	54	2,09	104	2,75	116	1,18	166	1,73	206	0,83	256	1,26
30	4,09	80	4,58	3,47	84	4,01	41	2,78	91	3,39	55	2,12	105	2,76	117	1,19	167	1,73	207	0,84	257	1,27
31	4,12	81	4,59	3,49	85	4,01	42	2,81	92	3,39	56	2,14	106	2,77	118	1,21	168	1,74	208	0,85	258	1,27
32	4,14	82	4,59	3,52	86	4,02	43	2,84	93	3,40	57	2,17	107	2,77	119	1,23	169	1,75	209	0,86	259	1,28
33	4,16	83	4,59	3,54	87	4,02	44	2,86	94	3,40	58	2,19	108	2,78	120	1,24	170	1,75	210	0,88	260	1,28
34	4,18	84	4,59	3,56	88	4,03	45	2,88	95	3,41	59	2,21	109	2,78	121	1,26	171	1,76	211	0,89	261	1,29
35	4,20	85	4,60	3,58	89	4,03	46	2,90	96	3,41	60	2,23	110	2,79	122	1,27	172	1,76	212	0,90	262	1,30
36	4,22	86	4,60	3,60	90	4,03	47	2,93	97	3,42	61	2,25	111	2,79	123	1,29	173	1,77	213	0,91	263	1,30
37	4,24	87	4,60	3,62	91	4,04	48	2,95	98	3,42	62	2,28	112	2,80	124	1,30	174	1,78	214	0,92	264	1,31
38	4,25	88	4,61	3,64	92	4,04	49	2,97	99	3,42	63	2,29	113	2,80	125	1,32	175	1,78	215	0,93	265	1,31
39	4,27	89	4,61	3,66	93	4,04	50	2,98	100	3,43	64	2,31	114	2,81	126	1,33	176	1,79	216	0,94	266	1,32
40	4,28	90	4,61	3,67	94	4,05	51	3,00	101	3,43	65	2,33	115	2,81	127	1,35	177	1,79	217	0,95	267	1,32
41	4,30	91	4,61	3,69	95	4,05	52	3,02	102	3,44	66	2,35	116	2,82	128	1,36	178	1,80	218	0,96	268	1,33
42	4,31	92	4,62	3,70	96	4,05	53	3,04	103	3,44	67	2,37	117	2,82	129	1,37	179	1,80	219	0,97	269	1,33
43	4,33	93	4,62	3,72	97	4,06	54	3,05	104	3,44	68	2,38	118	2,83	130	1,39	180	1,81	220	0,98	270	1,34
44	4,34	94	4,62	3,73	98	4,06	55	3,07	105	3,45	69	2,40	119	2,83	131	1,40	181	1,82	221	0,99	271	1,34
45	4,35	95	4,62	3,75	99	4,06	56	3,08	106	3,45	70	2,42	120	2,84	132	1,41	182	1,82	222	1,00	272	1,35
46	4,36	96	4,63	3,76	100	4,06	57	3,10	107	3,45	71	2,43	121	2,84	133	1,42	183	1,83	223	1,01	273	1,35
47	4,37	97	4,63	3,77	101	4,07	58	3,11	108	3,46	72	2,45	122	2,85	134	1,44	184	1,83	224	1,02	274	1,36
48	4,38	98	4,63	3,78	102	4,07	59	3,12	109	3,46	73	2,46	123	2,85	135	1,45	185	1,84	225	1,03	275	1,36
49	4,39	99	4,63	3,79	103	4,07	60	3,14	110	3,46	74	2,47	124	2,85	136	1,46	186	1,84	226	1,04	276	1,37
50	4,40	100	4,63	3,80	104	4,07	61	3,15	111	3,47	75	2,48	125	2,86	137	1,47	187	1,85	227	1,05	277	1,37
51	4,41	101	4,64	3,82	105	4,08	62	3,16	112	3,47	76	2,50	126	2,86	138	1,48	188	1,85	228	1,06	278	1,38
52	4,42	102	4,64	3,83	106	4,08	63	3,17	113	3,47	77	2,51	127	2,86	139	1,49	189	1,85	229	1,06	279	1,38
53	4,43	103	4,64	3,84	107	4,08	64	3,18	114	3,48	78	2,53	128	2,87	140	1,50	190	1,86	230	1,07	280	1,39

ПРОГРАММА  
РАСЧЕТА КРИВЫХ РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ  
В БЕТОНЕ  
(РЕЛАКС)

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Для снижения трудозатрат при расчетном определении коэффициентов релаксации напряжений в бетоне  $K_p(t, \tau)$  разработана программа расчета их на ЭВМ БЭСМ-6.

Определение коэффициентов релаксации выполняется путем перехода от значений меры ползучести  $C(t, \tau)$  и модуля упругости  $E(\tau)$  с применением линейной теории упруго-ползучего тела.

Методика расчета коэффициентов релаксации рассмотрена применительно к случаю учета ползучести бетона путем пересчета напряжений по упруго-мгновенной задаче в напряжения с учетом длительности воздействия.

Программа составлена в отделе бетонных сооружений зав. группой Соловьевой Л.Д. на языке АЛГОЛ-60.

## 2. АЛГОРИТМ ПРОГРАММЫ

Расчет значений  $K_p(t; \tau)$  выполняется численным методом по выражению [1]:

$$K_p(t_k, \tau_i) = K_p(t_{k-1}, \tau_i) - \frac{C(t_k, \tau_i) + \sum_{i=0}^{k-2} \delta(t_k, \xi_i^{i+1}) [K_p(t_{i+1}, \tau_i) - K_p(t_i, \tau_i)]}{\delta(t_k, \xi_{k-1}^k)}, \quad (1)$$

где

$$\delta(t_k, \xi_i^{i+1}) = \delta(t_k, \frac{t_{i+1} + t_i}{2}) = \frac{1}{E(\frac{t_{i+1} + t_i}{2})} + C(t_k, \frac{t_{i+1} + t_i}{2}),$$

$t_k$  - возраст бетона на момент отыскания напряжений;

$\tau_i$  - фиксированное значение возраста бетона в момент изменения напряжений; суммирование ведется по  $i$  от 0 до  $k-2$ ;

$\delta(t, \tau)$  - полные удельные деформации бетона;

$C(t, \tau)$  - мера ползучести;

$E(\tau)$  - модуль упругости;

$t$  - возраст бетона на рассматриваемый момент времени;

$\tau$  - возраст бетона в начальный момент времени, начиная с которого действует рассматриваемое приращение напряжений.

Экспериментальные данные  $E(\tau)$  и  $C(t, \tau)$  для введения в расчеты аппроксимируются аналитическими выражениями. Для модуля упругости используется зависимость:

$$E(\tau) = E_0(1 - a e^{-m\tau} - b e^{-n\tau}), \quad (2)$$

где  $\tau$  - возраст бетона;

$E_0$  - предельное значение модуля упругости;

$a, b, m, n$  - эмпирические коэффициенты.

для меры ползучести - формула С.В. Александровского [2]:

$$C(t, \tau) = \psi(\tau) - \psi(t) \frac{e^{\gamma t} - A_1}{e^{\gamma t} - A_2} - \Delta(\tau) e^{-\alpha(t-\tau)} \quad (3)$$

$$\text{где } \psi(\tau) = \psi_0 + \psi_1 e^{-j_1 \tau} + \psi_2 e^{-j_2 \tau} \quad (4)$$

$$\Delta(\tau) = \Delta_0 + \Delta_1 e^{-j_3 \tau} + \Delta_2 e^{-j_4 \tau} \quad (5)$$

$$\psi(t) = \psi(\tau) - \Delta(t) \quad (6)$$

$\psi(\tau), \Delta(\tau), \psi(t)$  - функции старения, убывающие с ростом  $\tau$ ;

$\psi_0, \Delta_0$  - предельные значения  $\psi(\tau)$  и  $\Delta(\tau)$ ;

$j_1, \dots, j_4, \psi_1, \psi_2, \Delta_1, \Delta_2, \alpha, A_1, \gamma$  - эмпирические коэффициенты.

Расчет кривых  $Kp(t, \tau)$  для бетона старого возраста выполняется по приближенной формуле [2]:

$$H^*(t) = 1 - \frac{A_1}{\rho_1} (1 - e^{-\rho_1 t}) - \frac{A_2}{\rho_2} (1 - e^{-\rho_2 t}), \quad (7)$$

$$\text{где } A_1 = \frac{E_0}{\rho_1 \rho_2} \{ (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0) [E_0 (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0) - \rho_2] + \alpha \Delta_0 + \gamma \psi_0 \}, \quad (8)$$

$$A_2 = E_0 (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0) - A_1, \quad (9)$$

$$\rho_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ \alpha + \gamma + E_0 (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0) \pm \sqrt{E_0^2 (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0)^2 + (\alpha - \gamma)^2 - 2 E_0 (\gamma \psi_0 + \alpha \Delta_0) (\alpha - \gamma)} \right\} \quad (10)$$

### 3. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

#### 3.1. Исходная информация

- $F0, F1, F2$  - значения  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$  по (4);  
 $D0, D1, D2$  - значения  $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2$  по (5);  
 $\varphi_1, \dots, \varphi_4$  - значения  $f_1, \dots, f_4$  по (4) и (5);  
 $E0, A, B, M, N$  - соответственно  $E_0, a, b, m, n$  по (3);  
 $N$  - количество расчетных точек на кривой релаксации;  
 $M$  - количество расчетных кривых релаксации напряжений;  
 $DT$  - массив интервалов времени, через которые выдаются значения  $Kp(t, \tau)$ ;  
 $TTO$  - массив значений  $\tau$  (соответствует числу  $M$ ).

#### 3.2. Вывод информации

Может быть посчитано и выведено на печать неограниченное количество кривых релаксации напряжений  $Kp(t, \tau)$ .

Для каждого значения  $TAU$  выдается массив расчетных моментов времени, на которые определяются коэффициенты релаксации, и их значения..

В конце аналогично выдается значения  $Kp(t)$  для старого бетона по приближенной формуле (7).

```

0001 REAL S,E,T,N,D,C,C1,DC,C1,02,F0,F1,F2,M1,M2,M3,M4,B,T
0002 Y,A,A2;
0003 F,E,M,M,MN,AA,GB,M1,P2,P3,P4,FT,OUT;
0004 INPUT (F0,F1,F2,D0,D1,D2,M1,M2,M3,M4,FC,A1,N,MM,MN,I,A2
0005 A);
0006 INPUT (N,M);
0007 BEGIN;
0008 ARMAV (M(N),DT(1:N),T(1:M),T(0:N));
0009 INOUT (DT,T);
0010 MAPC (0,129,0,0,0);
0011 MH(0);
0012 FOR Z=1 TO N STEP 1 UNTIL N DO BEGIN
0013 J:=0;
0014 FOR J=1 TO N DO BEGIN
0015 C:=1/E+C;
0016 FF:=F0+F1*EXP(-M1*T(Z))+F2*EXP(-M2*T(Z));
0017 DD:=D0+D1*EXP(-M3*T(Z))+D2*EXP(-M4*T(Z));
0018 FT:=F0+F1*EXP(-M1*T(Z))+F2*EXP(-M2*T(Z));
0019 DDY:=D0+D1*EXP(-M3*T(Z))+D2*EXP(-M4*T(Z));
0020 C:=FF*(FT-DD)/(EXP(-M1*T(Z))-A2)/(EXP(-M2*T(Z))-A2)-DD;
0021 EXP(-M1*(T(Z)-T));
0022 S:=1/E+C;
0023 FF:=F0+F1*EXP(-M1*T(Z))+F2*EXP(-M2*T(Z));
0024 DD:=D0+D1*EXP(-M3*T(Z))+D2*EXP(-M4*T(Z));
0025 C1:=FF*(FT-DD)/(EXP(-M1*T(Z))-A2)/(EXP(-M2*T(Z))-A2)-
0026 DD;
0027 FOR J=2 TO N STEP 1 UNTIL N DO BEGIN
0028 TT:=T(J)-T(J-1);
0029 F:=E0*(1-A)*EXP(-M1*TT)+F1*EXP(-M2*TT);
0030 FF:=F0+F1*EXP(-M1*TT)+F2*EXP(-M2*TT);
0031 DD:=D0+D1*EXP(-M3*TT)+D2*EXP(-M4*TT);
0032 FT:=F0+F1*EXP(-M1*T(J))+F2*EXP(-M2*T(J));
0033 DDY:=D0+D1*EXP(-M3*T(J))+D2*EXP(-M4*T(J));
0034 C:=FF*(FT-DD)/(EXP(-M1*TT)-A2)/(EXP(-M2*TT)-A2)-DD;
0035 EXP(-M1*(T(J)-T));
0036 S:=1/E+C;
0037 FF:=F0+F1*EXP(-M1*T(Z))+F2*EXP(-M2*T(Z));
0038 DD:=D0+D1*EXP(-M3*T(Z))+D2*EXP(-M4*T(Z));
0039 C1:=FF*(FT-DD)/(EXP(-M1*T(Z))-A2)/(EXP(-M2*T(Z))-A2)-
0040 DD;
0041 S:=0; FOR A=1 TO N STEP 1 UNTIL J-1 DO BEGIN
0042 TT:=(T(K)+T(K-1))/2;
0043 E:=E0*(1-A)*EXP(-M1*TT)+F1*EXP(-M2*TT);
0044 FF:=F0+F1*EXP(-M1*TT)+F2*EXP(-M2*TT);
0045 DD:=D0+D1*EXP(-M3*TT)+D2*EXP(-M4*TT);
0046 C:=FF*(FT-DD)/(EXP(-M1*TT)-A2)/(EXP(-M2*TT)-A2)-DD;
0047 EXP(-M1*(T(J)-T));
0048 S:=1/E+C;
0049 S:=S*(MH(K)-MH(K-1))/B END;
0050 MH(J):=MH(J-1)-(C1-B)/B END;
0051 OUTPUT ('T', (TAV+DT), ' ', 'Z4D,4D29', F, '2', 'T',
0052 'K000 ИМЕНТ РЕЛАКСАЦИИ', ' ', 'Z4D,4D29', M, '2', ');
0053 END;
0054 J:=0; T(1):=0;
0055 FOR J=1 TO N STEP 1 UNTIL N DO BEGIN
0056 T(J):=T(J-1)+T(J);
0057 F1:=F0*(A+M2*(1-F0+D0)+A*D0)-((F0+2*F1+D0+D1)

```

```

0058 +A*D0)*2*(A+M2*(1-F0+D0)+A*D0)-((F0+2*F1+D0+D1)
0059 P2:=0.5*(A+M2*(1-F0+D0)+A*D0)-((F0+2*F1+D0+D1)
0060 +A*D0)*2*(A+M2*(1-F0+D0)+A*D0)-((F0+2*F1+D0+D1)
0061 P3:=((A+M2*(1-F0+D0)+A*D0)-((F0+2*F1+D0+D1)
0062 +A*D0)*2*(A+M2*(1-F0+D0)+A*D0)-((F0+2*F1+D0+D1)
0063 P4:=E0*(1-A)*EXP(-M1*(T(J)-T(J-1)))+F1*EXP(-M2*(T(J)-T(J-1))
0064 FOR J=1 TO N STEP 1 UNTIL N DO BEGIN
0065 MH(J):=F1*(1-P3*(1-EXP(-F1*(T(J)-T(J-1))))/D1-P4
0066 *(1-EXP(-P2*(T(J)-T(J-1))))/P2-FM0;
0067 OUTPUT ('A', 'T', 'BFTD', 'СТАРОГО ПЗРАСТАПМЕНН', '0-1A
0068 C, 'АЛКСАНАНДРОВСКОГО', '2', ');
0069 OUTPUT ('T', (DT), ' ', 'Z4D,4D29', '2', 'T', 'T',
0070 'K000 ИМЕНТ РЕЛАКСАЦИИ', ' ', 'Z4D,4D29', M, '2', ');
0071 END; END

```

## 5. ПРИМЕР РАСЧЕТА

Вычислить значения коэффициентов релаксации напряжений в бетоне  $Kp(t, \tau)$  для возрастов нагружения бетона 1, 7, 14, 28 и 180 суток.

Экспериментальные значения меры ползучести  $C(t, \tau)$  описываются выражениями (3-6), в которых:

$$\begin{aligned} \gamma &= 0.001, \quad A_2 = 0.95, \quad \alpha = 1.5, \quad \psi_0 = 1.2, \quad \psi_1 = 2.0354, \quad \psi_2 = 11.9618, \\ \Delta_0 &= 0.3, \quad \Delta_1 = 0.2265, \quad \Delta_2 = 10.8166, \quad f_1 = 0.0109, \quad f_2 = 0.4805, \\ f_3 &= 0.0044, \quad f_4 = 0.4782. \end{aligned}$$

а значения модуля упругости выражением (2) при

$$E_0 = 0.404, \quad a = 0.5035, \quad b = 0.2965, \quad m = 0.0531, \quad n = 0.751.$$

Интервалы, через которые выдаются значения  $Kp(t, \tau)$  принимаем переменные: 0.25 суток после приложения нагрузки и далее постепенно возрастают до 50 суток в более позднем возрасте. Всего расчетных точек 46 (массив DT).

На穿孔картах исходные данные пребываются в порядке их ввода в программе:

1) данные, характеризующие меру ползучести и модуль упругости:

1.2; 2.0354; 11.9618; 0.3; 0.2265; 10.8166; 0.0109;  
0.4805; 0.0044; 0.4782; 0.404; 0.5035; 0.2965; 0.0591;  
0.751; 0.001; 0.95; 1.5;

2) 46; 5;

3) Массив T

0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0.5, 0.5,  
0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 5, 5, 5,  
5, 5, 5, 10, 10, 10, 10, 10, 20, 20, 20, 20, 20, 50, 50, 50, 50,  
50, 50;

4) Массив TTC

1, 7, 14, 28, 180;

Результаты расчетов приведены ниже.





**ПРОГРАММА  
РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЙ В БЕТОНЕ С  
УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ  
(НАИР)**

## Введение

Алгоритм записан на языке АЛГОЛ-60.

## Методика расчета и назначение программы

Методика расчета основана на теории упруго-ползучего тела и позволяет одновременно учитывать переменные во времени модуль упругости и ползучесть бетона.

Программа определяет на любой момент времени напряжения по заданным деформациям и известным свойствам бетона.

Формула для расчета напряжений при начальном условии  $\sigma^*(t_1) = 0$  имеет вид:

$$\sigma^*(t_n) = \sigma^*(t_{n-1}) + \frac{1}{\delta(t_n, \xi)_{n-1}^n} \left\{ \varepsilon(t_n) - \sum_{i=1}^{n-1} \Delta \sigma_i^* \delta(t_n, \xi)_{i-1}^i \right\}, \quad (1)$$

где  $\Delta \sigma_i^* = \sigma^*(t_i) - \sigma^*(t_{i-1})$ ;

$i = 1, 2, 3, \dots, (n-1)$  - последовательный ряд предшествующих моментов времени;

$\sigma^*(t_{n-1})$  - напряжения с учетом ползучести бетона на предшествующий момент времени;

$\varepsilon(t_n)$  - полная деформация в момент времени  $t_n$ ;

$$\xi = \frac{t_i + t_{i-1}}{2};$$

$\delta(t_n, \xi)_{i-1}^i$  - полные удельные (продольные) деформации бетона в возрасте  $t_n$  при загрузении его в возрасте  $\xi$ .

Полные удельные деформации бетона определяются выражением:

$$\delta(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau), \quad (2)$$

где  $E(\tau)$  - модуль упруго-мгновенных деформации;  
 $C(t, \tau)$  - удельные деформации ползучести.

Зависимость модуля упругости бетона от времени имеет вид:

$$E(\tau) = E_0(1 - \alpha e^{-m\tau} - \beta e^{-n\tau}), \quad (3)$$

где  $E_0$  - модуль упругости старого бетона,

$\alpha, \beta, m, n$  - коэффициенты, подбираемые по экспериментальным данным.

Мера ползучести бетона описывается формулой:

$$C(t, \tau) = \psi(\tau) - \psi(t) \frac{\rho \delta \tau - A_2}{e^{\rho \delta t} - A_2} - \Delta(t) e^{-\alpha(t-\tau)}, \quad (4)$$

где  $\psi(t) = \psi(t) - \Delta(t)$ , (5)

$$\psi(\tau) = \psi_0 + \psi_1 e^{-j_1 \tau} + \psi_2 e^{-j_2 \tau}, \quad (6)$$

$$\Delta(t) = \Delta_0 + \Delta_1 e^{-j_3 t} + \Delta_2 e^{-j_4 t}, \quad (7)$$

$\psi_0, \psi_1, \psi_2, \Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, j_1, j_2, j_3, j_4$  - коэффициенты, подбираемые по экспериментальным данным.

Исходными данными являются коэффициенты, входящие в формулы (3, 4, 6, 7), массив времени, для которого заданы деформации и вычисляются напряжения, а также массив деформации.

Значение основных идентификаторов:

$T[-1:N]$  - массив времени;

$EE[0:N]$  - массив деформации;

$D0 = \Delta_0$

$\Phi 1 = j_1$

$M = m$

$D1 = \Delta_1$

$\Phi 2 = j_2$

$NN = n$

$D2 = \Delta_2$

$\Phi 3 = j_3$

$EO = E_0$

$F0 = \psi_0$

$\Phi 4 = j_4$

$\Gamma = \gamma$

$F1 = \psi_1$

$\Lambda A = \alpha$

$A2 = A_2$

$F2 = \psi_2$

$B = \beta$

$A = \alpha$

## Пример

Расчет производится для бетона Токтогульской ГЭС. Экспериментальный блок размером 50х50х210 см.

Исходные данные ( в порядке ввода в машину)

$$D0 = 0.95;$$

$$D1 = 1.647;$$

$$D2 = 0.289;$$

$$F0 = 1.95;$$

$$F1 = 5.83;$$

$$F2 = 1.12;$$

$$\Phi1 = 0.2855;$$

$$\Phi2 = 0.01487;$$

$$\Phi3 = 0.33;$$

$$\Phi4 = 0.0624;$$

$$AA = 0.395;$$

$$B = 0.305;$$

$$M = 0.155;$$

$$NN = 0.01032;$$

$$E0 = 0.48;$$

$$Г = 0.02;$$

$$A2 = 0.9;$$

$$A = 5;$$

$$N = 25;$$

T = 0.75, 1.5, 2.25, 3.3.75, 4.6, 5.25, 6, 6.75, 7.5, 8.25,  
10, 11.75, 13.5, 15.25, 17, 18.75, 20.5, 22.25, 24, 25.75, 29.75,  
33.75, 37.75, 41.75, 45.75;

Вд = 0, 73.5, 63, 46.5, 37.5, 29.5, 24.5, 22.25, 21.25,  
20.5, 19.75, 18, 16, 14, 12.75, 11, 9.25, 7, 4.5, 0.75, -3,  
-7.25, -8.75, -9.75, -10, -10;

СЧЕТ КЕД КОНТРОЛЯ

```

1.  BEGIN INTEGER N,K; I; REAL S,E,FF,DD,F,DO;
2.  D1,D2,F0,F1,F2,S,TT,Ф1,Ф2,Ф3,Ф4,A,A2,G,T,DDT;
3.  REAL E0,M,B,NN,AA,BB;
4.  INPUT(D0,D1,D2,F0,F1,
5.  F2,Ф1,Ф2,Ф3,Ф4,AA,B,M,NN,E0,G,A2,A);
6.  INPUT(N); BEGIN ARRAY CC(0:N); Y(0:N); EE(0:N);
7.  INPUT(T,EE);
8.  CC(0):=0;
9.  FOR I:=1 STEP 1 UNTIL N DO BEGIN
10. TT:=(T(I)+Y(I-1))/2;
11. E:=E0*(1-AA)*EXP(-M*TT)-B*EXP(-NN*TT);
12. FF:=F0+F1*EXP(-Ф1*TT)+F2*EXP(-Ф2*TT);
13. DD:=D0+D1*EXP(-Ф3*TT)+D2*EXP(-Ф4*TT);
14. FT:=F0+F1*EXP(-Ф1*TT(I))+F2*EXP(-Ф2*TT(I));
15. DDT:=D0+D1*EXP(-Ф3*TT(I))+D2*EXP(-Ф4*TT(I));
16. C:=(FF-(FT-DDT)*(EXP(G*TT)-A2)/(EXP(G*TT(I))
17. -A2))-DD*EXP(-A*(TT(I)-TT));
18. B:=1/E+C;
19. S:=0; FOR K:=1 STEP 1 UNTIL I-1 DO BEGIN
20. TT:=(T(K)+T(K-1))/2;
21. E:=E0*(1-AA)*EXP(-M*TT)-B*EXP(-NN*TT);
22. FF:=F0+F1*EXP(-Ф1*TT)+F2*EXP(-Ф2*TT);
23. DD:=D0+D1*EXP(-Ф3*TT)+D2*EXP(-Ф4*TT);
24. FT:=F0+F1*EXP(-Ф1*TT(I))+F2*EXP(-Ф2*TT(I));
25. DDT:=D0+D1*EXP(-Ф3*TT(I))+D2*EXP(-Ф4*TT(I));
26. C:=(FF-(FT-DDT)*(EXP(G*TT)-A2)/(EXP(G*TT(I))
27. -A2))-DD*EXP(-A*(TT(I)-TT));
28. S:=(1/E+C)*S+(CC(K)-CC(K-1))*BB; END;
29. CC(I):=CC(I-1)+1/5*(E(I)-S); END;
30. OUTPUT('20B',TT,'ВРЕМЯ','2/','ZB-30.402B',T); OUTPUT('2/','20B',TT,'ДЕФОРМАЦИИ',
31. '2/','ZB-30.402B',E);
32. OUTPUT('2/','20B',TT,'НАПРЯЖЕНИЯ',
33. '2/','ZB-30.402B',CC);
34. END END

```

ВРЕМЯ									
0,7500	1,5000	2,2500	3,0000	3,7500	4,5000	5,2500	6,0000	6,7500	
7,5000	8,2500	9,0000	9,7500	10,5000	11,2500	12,0000	12,7500	13,5000	
22,2500	24,0000	25,7500	27,5000	29,2500	31,0000	32,7500	34,5000	36,2500	38,0000
ДЕФОРМАЦИИ									
0,0000	73,5000	63,0000	46,5000	37,5000	29,5000	24,0000	22,2500	21,2500	
20,5000	19,7500	18,0000	16,0000	14,0000	12,7500	11,0000	9,2500	7,0000	
4,5000	0,7500	-3,0000	-7,2500	-8,7500	-9,7500	-10,0000	-10,0000	-10,0000	
НАПРЯЖЕНИЯ									
0,0000	8,9204	5,9846	3,1002	1,6225	0,3255	-0,4732	-0,7166	-0,7714	
-0,8099	-0,8711	-1,0677	-1,3772	-1,7199	-1,9057	-2,2342	-2,5726	-3,0448	
-3,5824	-4,4431	-5,2937	-6,0736	-6,2026	-6,2321	-6,1035	-5,9391		

## СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
Предисловие . . . . .	<b>3</b>
Перечень условных обозначений . . . . .	4
1. Общие указания . . . . .	6
2. Основные расчетные положения . . . . .	7
3. Определение характеристик упругости и ползучести . . . . .	10
4. Программы для учета ползучести бетона в практике инженер- ных расчетов на ЭВМ . . . . .	17
Список использованных источников . . . . .	23
Приложения . . . . .	26

Зак. 587.

<sup>50</sup>  
Тир. 200.

---

Типография ин-та «Гидропроект».