ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ им. В.А. КУЧЕРЕНКО
ГОССТРОЯ СССР

# РЕКОМЕНДАЦИИ
# ПО МЕТОДАМ РАСЧЕТА ОБОЛОЧЕК СКЛАДЧАТОГО ТИПА

*Утверждены директором*
*ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко*
*24 марта 1972 г.*

МОСКВА - 1973

Общее редактирование Рекомендаций выполнено докт.техн. наук проф. И.Е.Милейковским.

Современные конструкции покрытий промышленных и общественных зданий из сборных оболочек имеют ряд специфических особенностей проектирования, оказывающих влияние на напряженно-деформированное состояние оболочек. В Рекомендациях изложены методы и алгоритмы расчета подобных покрытий на прямоугольном плане.

Рекомендации состоят из трех глав. Первые две относятся к расчету оболочек покрытий в упругой стадии с учетом эффективного использования ЭВМ; при этом, в первой главе рассматривается расчет отдельностоящих и неразрезных, в одном направлении, оболочек складчатого типа из сборных, искривленных, ребристых панелей, а во второй, - отдельностоящих оболочек в виде выпуклых многогранников из плоских панелей.

Третья глава относится к расчету несущей способности оболочек в виде гиперболических параболоидов.

Главы 1 и 2 разрабатывались в ЦНИИСК им.Кучеренко докт.техн.наук проф. Милейковским И.Е., канд.техн.наук Золотовым О.Н. (глава 1) и кандидатами техн. наук Хлебным Я.Ф. и Ахмед-Абдель Монем Кораши (глава 2).

Глава 3 разрабатывалась в НИИСК (канд.техн. наук Дубинским А.М., инж. Шараповым Г.В.).

Рекомендации могут использоваться в практике проектирования новых типов оболочек покрытий и предназначены для инженеров-проектировщиков, научных работников и аспирантов, занимающихся исследованиями и разработкой тонкостенных пространственных систем.

# ВВЕДЕНИЕ

В 1961 году ЦНИИСК им.Кучеренко и НИИЖБ опубликовали инструкцию по проектированию железобетонных пространственных покрытий и перекрытий, в которой изложены методы расчета простейших типов оболочек, при простейших граничных условиях (цилиндрических сводов оболочек и призматических складок, куполов и пологих оболочек с поверхностью переноса при шарнирном опирании по контуру последних).

В следующий период 1961-1965 гг. в ЦНИИСК и НИИЖБ эти методы были распространены на некоторые другие схемы оболочек. Результаты этих исследований были изложены в книге "Практические методы расчета оболочек и складок покрытий", опубликованной ЦНИИСК.

Методы расчета, приводимые в настоящих Рекомендациях, возникли в результате дальнейшего продолжения указанных исследований, но вместе с тем в них имеется существенное специфическое отличие. Если методы расчета оболочек, опубликованные в инструкции и в указанной книге, разрабатывались еще до внедрения ЭЦВМ в практику проектирования и расчета строительных конструкций и ориентировались в основном на ручной счет, с помощью настольных арифмометров, то методы и алгоритмы расчета, излагаемые в данных Рекомендациях, в основном направлены на использование электронных цифровых вычислительных машин, поэтому характер изложения материала здесь иной и ориентирует читателя на использование разработанных программ для ЭЦВМ.

Рекомендации состоят из трех глав. Сказанное касается главным образом первых двух глав, посвященных расчету оболочек в упругой стадии. Последняя третья глава относится к поверочному расчету несущей способности оболочек типа гиперболических параболоидов. Здесь приводится ряд формул, позволяющих вручную определять величину предельной нагрузки.

Использование ЭЦВМ позволило рассмотреть значительно более сложные схемы оболочек, чем прежние, а именно, сборные оболочки складчатого типа, и учесть реальные конструктивные особенности в виде дискретно-расположенных ребер и большого числа переломов поверхно -

сти, которые появляются в связи со сборностью оболочек. Эти конструктивные особенности не только вносят специфику в их проектирование, но и специфику в их напряженно-деформированное состояние и требует выполнения расчета таких оболочек по моментной теории.

Уместно оговорить, что под складкой понимается оболочка, составленная из пластинок, срединная поверхность которой развертывается на плоскость. К таким системам относятся призматические и конические складки, поверхность которых вписывается в поверхность нулевой гауссовой кривизны (цилиндрическую, коническую). Вместе с тем, спецификой складок является наличие переломов поверхности вдоль линий сопряжения граней. Поверхность рассматриваемых в настоящих Рекомендациях оболочек из сборных панелей (своего рода граней) не является развертывающейся, поэтому они в строгой терминологии не являются складками, однако наличие у них переломов поверхности в местах сопряжения панелей-граней позволяет классифицировать их как "оболочки складчатого типа". Рассматриваемые в третьей главе системы из оболочек, очерченных по поверхности гиперболического параболоида по линии их сопряжения, также имеют переломы поверхности, поэтому и их можно отнести к оболочкам складчатого типа.

В первой главе изложен метод расчета оболочек покрытий на прямоугольном плане, неразрезных в одном направлении и выполняемых из сборных ребристых панелей. Эти панели представляют собой короткие оболочки, очерченные по поверхности положительной, нулевой и отрицательной гауссовой кривизны, при этом края панелей, в свою очередь, располагаются по круговой пологой поверхности переноса. Частным случаем являются цилиндрические панели; такое конструктивное решение панелей принято в типовых чертежах оболочек покрытий производственных зданий, разработанных в ПИ-1 с участием ЦНИИПромзданий, ЦНИИСК им.Кучеренко, НИИЖБ и НИИСК . Другим частным случаем указанных оболочек являются призматические складки и пологие гладкие оболочки с поверхностью переноса.

В основу расчета всех этих систем положен разработанный метод решения исходных уравнений оболочек в одинарных рядах.

Для интегрирования получающейся нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений используется метод Рунге-Кутта в сочетании спо способом Годунова, при этом учитывается дискретное расположение ребер жесткости и переломов поверхности. Для выполнения расчетов по этому методу ЦНИИСКом и ЦНИПИАСС составлены алгоритм и программа для ЭВМ Минск 22.

Во второй главе изложен метод расчета покрытий на прямоугольном плане в виде выпуклых многогранников, выполненных из сборных плоских панелей. В качестве основных разрешающих уравнений принята система уравнений В.З.Власова, записанных относительно силовой функции $F$ и функции прогиба $w$ .

Выпуклый многогранник рассматривается, как поверхность, содержащая сосредоточенные кривизны, измеряемые углами изломов поверхности в местах ребер многогранника. Эти кривизны фиксируются с помощью дельта-функций.

Решение уравнений В.З.Власова выполнено методом ортогонализации. Полученная система алгебраических уравнений решалась с помощью ЭВМ. Для выполнения расчетов по данному методу НИИЖБ и МИСИ составлены алгоритм и программа для ЭВМ М-220.

В третьей главе изложен метод определения несущей способности оболочек покрытий типа гиперболического параболоида, и систем из них, образующих складчатую конструкцию, построенный с учетом экспериментальных исследований. В основу положен кинематический метод определения предельной нагрузки с предварительным заданием схем разрушения. Выбор и обоснование схем разрушения проводились на основе серии экспериментальных исследований, выполненных НИИСК.

Для проверки расчетных зависимостей и параметров, схем излома были проведены испытания железобетонных моделей. Испытано 45 моделей, по 3-8 моделей для каждого рассмотренного случая. Расхождение между экспериментальными и расчетными величинами несущей способности составляло 3-7%.

Во всех главах изложенные методы проиллюстрированы подробными примерами расчета реальных конструктивных типов и схем оболочек, при этом дан анализ особенностей напояженного состояния рассмотренных типов оболочек, вызванных сборностью конструкций, и некоторые рекомендации по общим вопросам их рационального проектирования.

# О Б О З Н А Ч Е Н И Я

1. Геометрические и жесткостные характеристики:

а) оболочки

$l_1$ – продольный пролет оболочки;

$l_2$ – поперечный пролет;

$f^\circ$ – стрела подъема;

$f_1^\circ$ – стрела подъема продольной диафрагмы;

$f_2^\circ$ – стрела подъема поперечной диафрагмы;

$2\chi_0$ – центральный угол дуги поперечного сечения гладкой оболочки;

$2\varphi_0$ – центральный угол дуги продольного сечения гладкой оболочки;

$S$ – длина дуги поперечного сечения оболочки;

$r_1, r_2$ – радиусы кривизны дуг продольного и поперечного сечения поверхности гладкой оболочки;

$K_1, K_2, K_{12}$ – кривизны изгиба и кручения срединной поверхности оболочки;

$f_0, l_0, r_1^\circ$ – стрела подъема, ширина и радиус кривизны дуги сечения панелей (граней) складчатой оболочки;

$x, y, z$ – продольная, поперечная и вертикальная декартовы координаты;

$\alpha, \beta$ – продольная и поперечная лонгальные координаты (на поверхности оболочки);

$\gamma$ – нормальная координата к поверхности оболочки;

$\delta$ – толщина оболочки;

$J(м^4/м)$ – погонный момент инерции оболочки;

$D = \frac{EJ}{1-\nu^2}$ – цилиндрическая жесткость;

$B = \frac{E\delta}{1-\nu^2}$ – жесткость оболочки при растяжении (сжатии);

$\nu$ – коэффициент Пуасона;

б) ребер, верхнего пояса диафрагм

$r_p$, $k_p$ – радиус кривизны и кривизна оси (поперечных) ребер жесткости;

$e_p$ – эксцентрицитет примыкания ребер жесткости к оболочке;

$F_p$, $J_p$ – площадь и момент инерции ребер жесткости;

$G^p_{кр}$ – жесткость ребра на кручение.

Для верхних поясов диафрагм индекс "р" заменяется индексом "$g$".

2. Внутренние усилия, перемещения и деформации:

а) в оболочке

$N_1, N_2$ т/м – продольные нормальные усилия;

$S$ т/м – сдвигающие усилия;

$M_1, M_2 \frac{тм}{м}$ – изгибающие моменты;

$H \frac{тм}{м}$ – крутящие моменты;

$Q_1, Q_2$ т/м – поперечные усилия;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – деформации удлинения;

$\varepsilon_{12}$ – деформация сдвига;

$\varkappa_1, \varkappa_2$ – деформации изгиба;

$\varkappa_{12}$ – деформация кручения;

$u, v$ – продольное и поперечное тангенциальные (по касательным к поверхности) перемещения;

$w$ – нормальное перемещение;

$\theta_1, \theta_2$ – углы поворота сечений соответственно в направлении осей $\alpha$ и $\beta$;

$F$ т/м – функция усилий;

б) в ребрах, верхнем поясе диафрагм

$N_p$, $Q_p$ т – нормальная и поперечная силы в ребре;

$M_p$, $H_p$ т/м – изгибающий и крутящий моменты в ребре;

$u_p$, $w_p$ – продольное и нормальное перемещения точек оси ребра;

$\theta_p$ – угол закручивания ребра;

Для верхних поясов диафрагм индекс "р" заменяется индексом "$g$".

$X_к$ – осевые усилия в стержнях диафрагмы (в виде арки, фермы или каркаса).

## Глава 1

# МЕТОД И АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ОБОЛОЧЕК СКЛАДЧАТОГО ТИПА НА ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПЛАНЕ ИЗ КРИВОЛИНЕЙНЫХ РЕБРИСТЫХ ПАНЕЛЕЙ

## Геометрия поверхности и исходные положения

1.1. Рассматриваются упругие оболочки на прямоугольном плане из криволинейных, ребристых панелей с соотношением сторон $l_1 : l_2$, опирающиеся по контуру на диафрагмы. Направление вдоль пролета $l_1$ принято за продольное, а вдоль пролета $l_2$ за поперечное.

Поперечное сечение рассматривается с вертикальной осью симметрии (рис.1,а).

1.2. Оболочки могут быть многоволновыми и многопролетными в продольном направлении и одноволновыми в поперечном, при этом поперечные диафрагмы – крайние и промежуточные рассчитываются совместно с оболочкой, а продольные, являющиеся только крайними (как показали исследования), могут при расчете оболочки рассматриваться абсолютно жесткими в своей плоскости и идеально-гибкими из плоскости.

Эти диафрагмы рассчитываются на усилия, передаваемые с оболочки и определяемые из расчета последней. Погрешность от такого допущения будет локализована в зоне, близко прилегающей к продольному контуру, и при продольных диафрагмах в виде брусьев, арок,

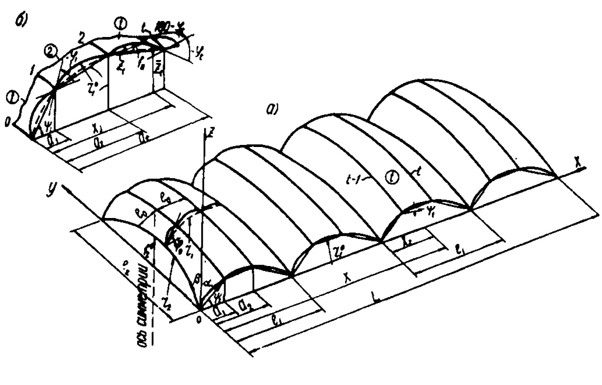



Рис. 1

ферм будет тем меньше, чем меньше отношение $l_1/l_2$ . В связи с этим введем ограничения на расчет рассматриваемых систем

$$l_1 / l_2 \lesssim 2 . \qquad (1.1)$$

Если же продольные края опираются на весьма жесткую конструкцию в виде ригеля, опертого на стены или часто расположенные колонны, то указанное ограничение может не вводиться.

1.3. Конструкция оболочек собирается из сборных ребристых панелей.

Скорлупа панелей очерчена по круговой поверхности переноса положительной, нулевой и отрицательной гауссовой кривизны, в общем случае с радиусами кривизны $r_1^\circ$ и $r_2^\circ$ . Панели располагаются в свою очередь на образующей круговой пологой, в поперечном направлении, поверхности переноса с радиусами кривизны (рис.2,в) $r_1$ и $r_2 = r_2^\circ$.

При $r_1 \neq r_1^\circ$ оболочка по линиям сопряжения панелей имеет переломы поверхности в продольном направлении (вдоль пролета – $l_1$ ). В поперечном направлении (вдоль пролета – $l_2$ ) переломы поверхности отсутствуют. В результате образуется многогранная оболочка складчатого типа (рис.1).

Толщина и упругие характеристики скорлупы панелей (граней оболочки) могут быть различными. Длина и ширина панелей и жесткостные характеристики ребер одинаковы.

1.4. Уравнение поверхности $j$ -го пролета регулярной многопролетной, многоволновой оболочки в декартовых координатах – $x$ , $y$ , $z$ с началом отсчета в точке "0" (рис.1,а)

$$z(x_j, y) = -(r_2 - f_2^\circ) + \sqrt{r_2^2 - (y - 0{,}5\, l_2)^2} + \bar{z}(x_j) ; \qquad (1.2,a)$$

$$\bar{z}(x_j) = \left[x_j \operatorname{tg} \psi_1 + z_1(x_j)\right] 1(a_1 - x_j) +$$
$$+ \sum_{t=1}^{t=n-2} \left[f_t + (x_j - a_t) \operatorname{tg} \psi_{t+1} + z_{t+1}(x_j)\right] \times$$

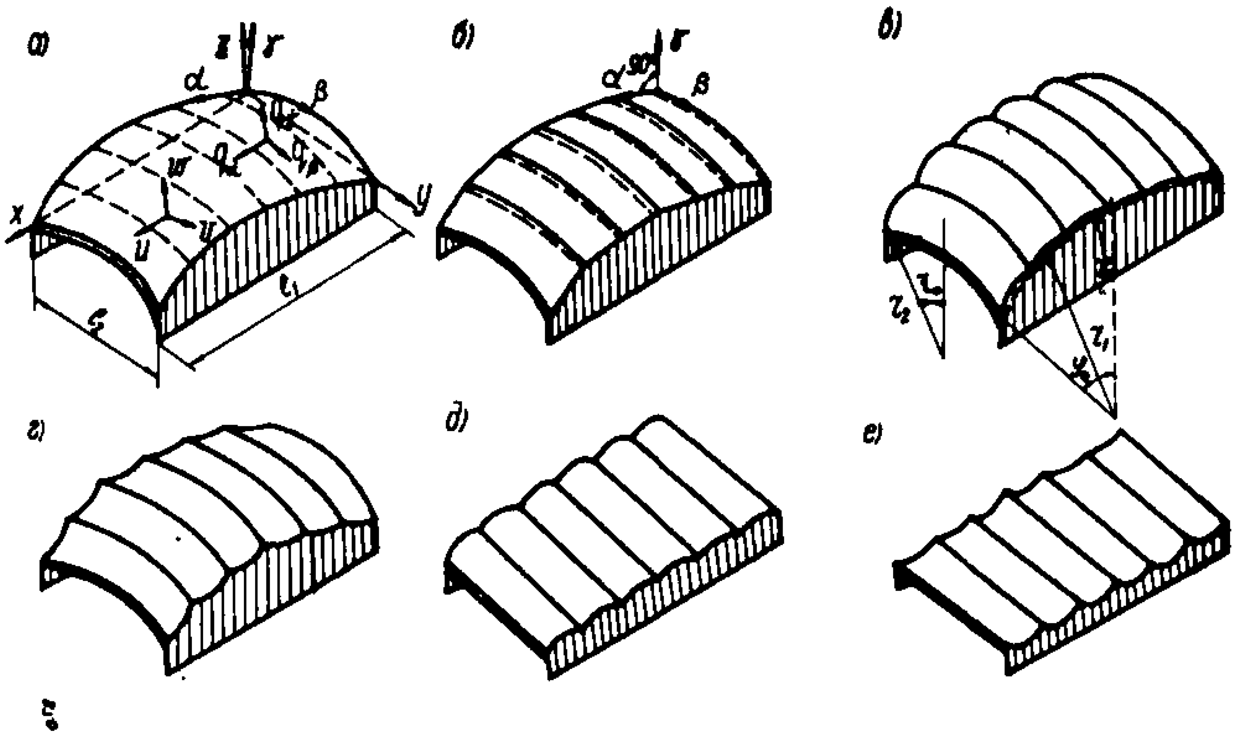


Рис. 2

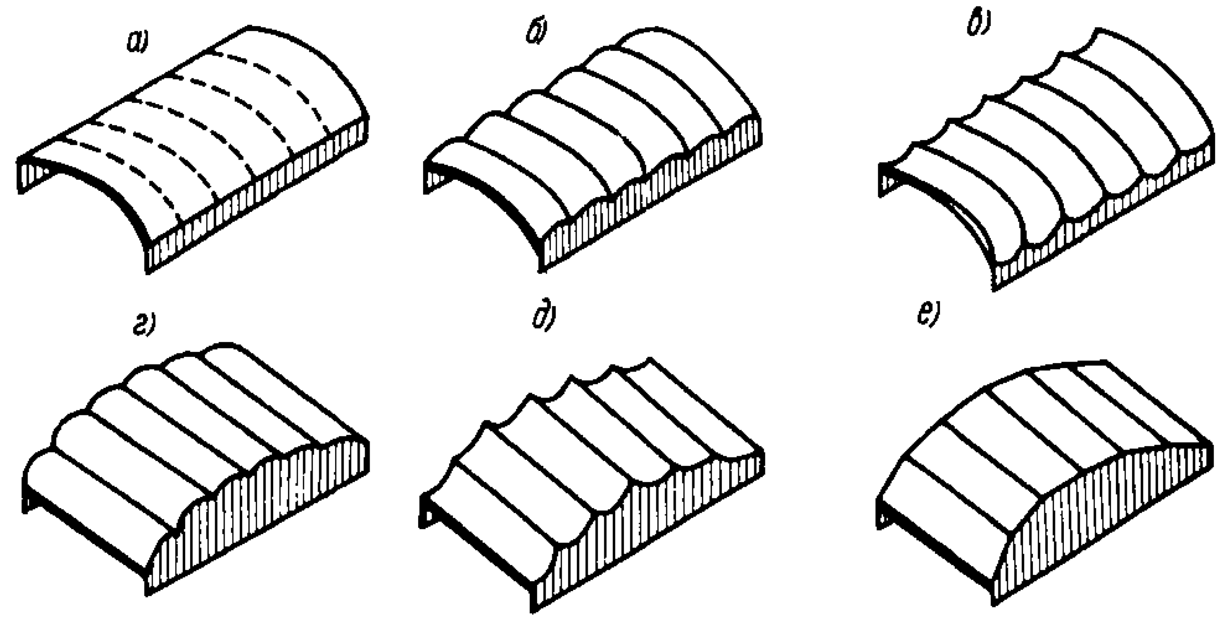


Рис. 3

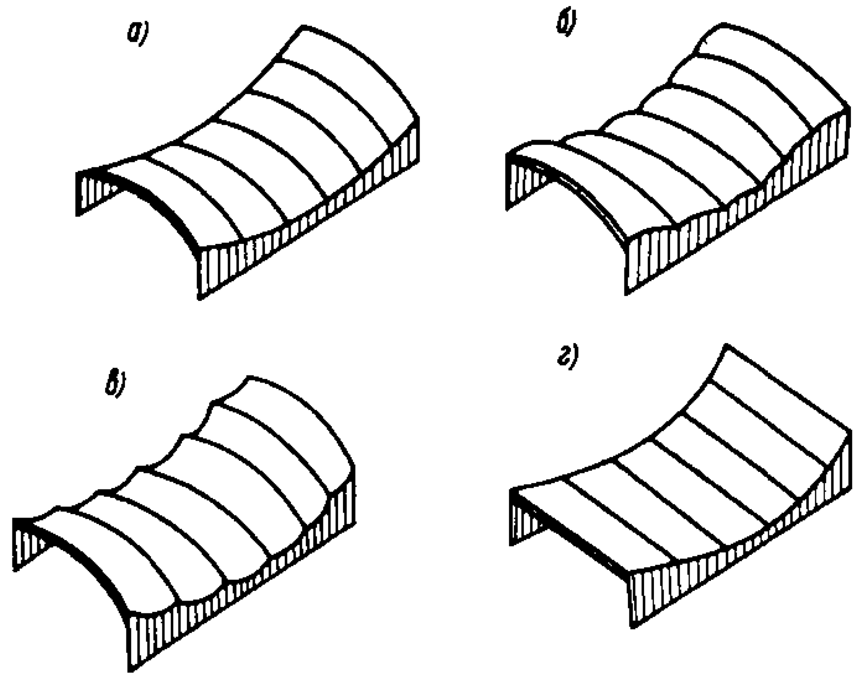


Рис. 4

$$\times\left[1(x_j-a_t)-1(x_j-a_{t+1})\right]+\left[f_{n-1}+(l_1-x_j)\,\mathrm{tg}\,\psi_n+\right.$$

$$\left.+z_n(x_j)\right]1(x_j-a_{n-1})^{*)}, \qquad (1.2,б)$$

где

$$x_j=x-(j-1)l_1;\quad a_t=l_0\sum_{h=1}^{t}\cos\psi_h;\quad f_t=l_0\sum_{h=1}^{t}\sin\psi_h,$$

$$\psi_t=\psi_{t-1}-\frac{2\varphi_0}{n};\quad \varphi_0=\arcsin(0{,}5\,l_1\cdot k_1),$$

$$z_t=x_t^{\circ}\sin\psi_t-b_0\cos\psi_t+\sqrt{(r_1^{\circ})^2-(b_0\sin\psi_t+x_t^{\circ}\cos\psi_t)^2}, \qquad (1.2,в)$$

где

$$x_t^{\circ}=0{,}5\,l_0-\frac{x_j-a_{t-1}}{\cos\psi_t};\qquad b_0=r_1^{\circ}-f_0.$$

Для оболочки складчатого типа из цилиндрических граней (рис.2,б)

$$r_1^{\circ}\longrightarrow b_0\longrightarrow\infty; \qquad (1.2,г)$$

$$z_t=-r_1^{\circ}\cos\psi_t+\sqrt{(r_1^{\circ})^2(1-\sin^2\psi_t)^2}=0.$$

---

x) Единичная функция Хевисайда [26]

$$1(x-a_t)=\begin{cases}0 \text{ при } x<a_t\\ 1 \text{ при } x>a_t\end{cases};\quad 1(a_t-x)=\begin{cases}1 \text{ при } x<a_t\\ 0 \text{ при } x>a_t\end{cases};$$

$$\frac{d\left[1(x-a_t)\right]}{dx}=\delta(x-a_t)$$ дельта функция,

$$\delta(x-a_t)=\begin{cases}0 \text{ при } x\neq a_t\\ 1 \text{ при } x=a_t\end{cases};\quad \int_{-\infty}^{\infty}\Phi(x)\,\delta(x-a_t)\,dx=\Phi(a_t).$$

В выражениях (2,а–2,в) введены обозначения (рис.1, а и б):

$j$ – порядковый номер пролета;

$x_j$ – текущая координата $j$ -го пролета;

$n$ – число граней в пролете;

$t, h$ – номера граней и следующего за ней ребра перелома поверхности;

$\psi_t$ – угол наклона хорды дуги поперечного сечения грани;

$\vartheta_t$ – угол перелома смежных граней;

$l_o, f_o$ – ширина и стрелы подъема поперечного сечения отдельной грани.

1.5. Таким образом, рассматривается широкий класс оболочек складчатого типа, изображенных на рис.2,3,4.

Частным случаем рассматриваемых оболочек являются оболочки из сборных цилиндрических панелей (рис.2,б), конструкция которых утверждена в настоящее время Госстроем, как типовая [28]. К описанному классу оболочек относятся призматические складки (рис.3,е), пологие многоволновые цилиндрические и бочарные своды (рис.2,д, 2,е, 3,б, 3,в) и др.

Если пологая оболочка очерчена по части поверхности тора и имеет вертикальные срезы на поперечных краях (как это, строго говоря, имеет место в указанных типовых оболочках), то такую поверхность приближенно можно заменить поверхностью переноса.

1.6. Продольные окаймляющие ребра сборных панелей после монтажа оболочек для последних оказываются поперечными ребрами, они учитываются в методе расчета как дискретно и эксцентрично расположенные брусья, работающие на растяжение (сжатие), изгиб и кручение. Учет дискретного и эксцентричного расположения поперечных ребер чрезвычайно важен при расчете таких оболочек. Окаймляющие и промежуточные ребра сборных панелей другого направления после монтажа покрытия располагаются в его продольном направлении. Поскольку стыки этих ребер, с целью упрощения конструирования, часто не перекрывают, то в этом случае они при расчете оболочки не учитываются вовсе. В случае осуществления стыков, при небольшом числе продольных ребер, они в запас жесткости и прочности так же могут не учитываться, а при значительном числе их учет можно осуществить достаточно строго по схеме, изложенной в приложении 1. Нагрузка на оболочку может быть распределена различным образом. Рассматриваемые схемы нагрузок приведены на рис.5.

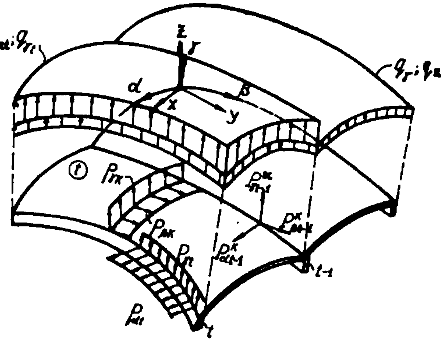


Рис.5

## Метод решения исходных уравнений оболочек с использованием тригонометрических рядов

1.7. Положение точки на срединной поверхности оболочки определяется лонгальными координатами, обозначенными $\alpha$, $\beta$ и направленными по касательной к линиям поверхности, параллельным линиям продольного и поперечного наружного контура.

Координата, направленная по нормали к поверхности оболочки, обозначена через $\gamma$ (рис.2,а).

В силу пологости граней координаты $\alpha$ и $\gamma$, для удобства, принимаются направленными соответственно вдоль хорды, стягивающей дугу поперечного сечения грани и нормально к ней (рис.1), т.е. как для складчатой поверхности из цилиндрических граней (рис.2,б).

Положительное направление компонент перемещений и нагрузки $q_\alpha$, $q_\beta$ и $q_\gamma$ приведены на рис.2,а. В дальнейшем учитываются следующие виды нагрузок (рис.5).

$q_\gamma$ и $q_z$ – нормальная и вертикальная, равномерно распределенные нагрузки по всей поверхности оболочки.

$q_{\gamma t}$ и $q_{zt}$ – нормальная и равномерно распределенная нагрузки по поверхности $t$-ой грани.

$P_{\gamma k}$ – нормальная полосовая нагрузка по линии $\beta = \beta_k$.

$P_{\gamma t}$ – нормальная полосовая нагрузка по линии ребра $\alpha = \alpha_t$.

$P_{\beta k}$ – тангенциальная, в направлении координаты $\beta$, полосовая нагрузка по линии $\beta = \beta_k$.

$P_{\alpha t}$ и $P_{\alpha k}$ – соответственно тангенциальные в направлении координаты $\alpha$, полосовые нагрузки по линии ребра $\alpha = \alpha_t$ и по линии $\beta = \beta_k$.

$P^{k}_{\alpha t}$, $P^{k}_{\beta t}$, $P^{k}_{\gamma t}$ – компоненты сосредоточенной нагрузки, приложенной к $t$-ому ребру жесткости, поясу диафрагмы или $t$-ой линии излома в точке $(t, \beta_k)$.

Направление полосовых нагрузок $P_{\gamma t}$, $P_{\alpha t}$ и сосредоточенных $P^{k}_{\gamma t}$ и $P^{k}_{\alpha t}$ при действии их по линиям излома принимается соответственно в плоскости биссектрисы двугранного угла и перпендикулярно ей.

Нагрузки $\bar{q}_{\alpha}$, $\bar{q}_{\beta}$ и $\bar{q}_{\gamma}$ на оболочку, с учетом пологости оболочки в поперечном направлении, и с учетом полосовых нагрузок $P_{\alpha k}$, $P_{\gamma k}$, $P_{\beta k}$, могут быть записаны в виде:

$$\bar{q}_{\alpha} = q_{\alpha} + \sum_{k} P_{\alpha k}\,\delta(\beta - \beta_k);$$

$$\bar{q}_{\gamma} = q_{\gamma} + \sum_{k} P_{\gamma k}\,\delta(\beta - \beta_k); \tag{1.3,a}$$

$$\bar{q}_{\beta} = \sum_{k} P_{\beta k}\,\delta(\beta - \beta_k),$$

$\delta(\beta - \beta_k)$ – дельта функция первого рода (см.п.1.4).

Если на оболочку действует только вертикальная, распределенная нагрузка $q_z$, то

$$\bar{q}_{\alpha} = q_z \sin\psi; \quad \bar{q}_{\beta} = 0; \quad \bar{q}_{\gamma} = q_z \cos\psi. \tag{1.3,б}$$

1.8. Для построения решения используются исходные уравнения пологих оболочек [3,17] в координатах $\alpha, \beta$, при этом для более компактной их записи вводится обозначение для частных производных:

$$\partial_1 = \frac{\partial}{\partial \alpha}; \quad \partial_2 = \frac{\partial}{\partial \beta}; \quad \partial_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2};$$

$$\partial_2^2 = \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}; \quad \partial_1 \partial_2 = \frac{\partial^2}{\partial \alpha \, \partial \beta}.$$

Указанные уравнения, для отдельной грани, включающие все 8 статических факторов теории пологих оболочек: $N_1$, $N_2$, $M_1$, $M_2$, $H$, $Q_1$, $Q_2$ (рис.6,а и б) и 5 геометрических факторов: $u$, $v$, $w$, $\theta_1$, $\theta_2$ (рис.2,а), имеют вид:

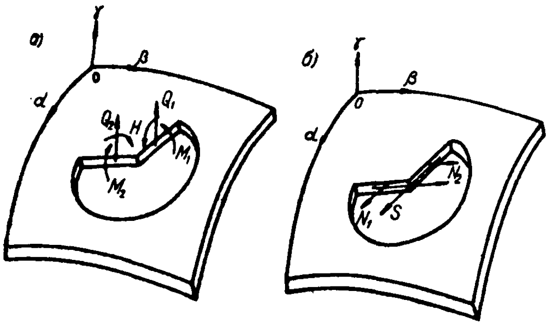



Рис.6

а) статические уравнения равновесия:

$$\left.\begin{aligned} &\partial_1 N_1 + \partial_2 S + \bar{q}_\alpha = 0; \quad \partial_1 S + \partial_2 N_2 + \bar{q}_\beta = 0; \\ &\partial_1 Q_1 + \partial_2 Q_2 - K_1 N_1 - K_2 N_2 + \bar{q}_\gamma = 0; \\ &\partial_1 M_1 - \partial_2 H + Q_1 = 0; \quad \partial_1 H - \partial_2 M_2 - Q_2 = 0; \end{aligned}\right\} \quad (1.4,а)$$

б) геометрические уравнения:

$$\partial_1 w - \theta_1 = 0; \quad \partial_2 w - \theta_2 = 0; \qquad (1.4,б)$$

в) уравнения связи для изотропных упругих оболочек (закон Гука) [17]:

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= B\left[\partial_1 u + \nu\partial_2 v + (k_1 + \nu k_2)w\right]; \\ N_2 &= B\left[\nu\partial_1 u + \partial_2 v + (\nu k_1 + k_2)w\right]; \\ S &= \frac{1-\nu}{2} B(\partial_2 u + \partial_1 v), \end{aligned}\right\} \qquad (1.4,в)$$

г)

$$\left.\begin{aligned} &M_1 = D(\partial_1\theta_1 + \nu\partial_2^2 w); \quad M_2 = D(\nu\partial_1\theta_1 + \partial_2^2 w); \\ &H = -D(1-\nu)\partial_1\partial_2 w = -D(1-\nu)\partial_2\theta_1; \\ &Q_1 = -D\partial_1(\partial_1\theta_1 + \partial_2^2 w); \quad Q_2 = -D\partial_2(\partial_1\theta_1 + \partial^2 w); \end{aligned}\right\} \qquad (1.4,г)$$

$$B = \frac{E\delta}{1-\nu^2}; \qquad D = \frac{EJ}{1-\nu^2};$$

д) выражения для $N_2$, $M_2$, $Q_2$ можно представить и в другом виде:

$$\left.\begin{aligned} N_2 &= \nu N_1 + E\delta\varepsilon_2 = \nu N_1 + E\delta(\partial_2 v + k_2 w); \\ M_2 &= \nu M_1 + EJ\varkappa_2 = \nu M_1 + EJ\partial_2^2 w. \end{aligned}\right\} \qquad (1.4,д)$$

При приведении двумерных задач расчета тонкостенных систем к одномерным уравнения (1.4) сведем к системе из восьми исходных уравнений, содержащих члены с первыми производными по координате $\alpha$ от усилий $N_1$, $S$, $M_1$, $\bar{Q}_1 = Q_1 + \partial_2 H$ и перемещений $u, v, w, \theta_1$; $\bar{Q}_1$ – обобщенная сила по Кирхгофу [17].

Указанные уравнения имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} &\partial_1 N_1 + \partial_2 S + \bar{q}_\alpha = 0; \\ &\partial_1 S + \partial_2 N_2 + \bar{q}_\beta = 0; \\ &\partial_1 M_1 - 2\partial_2 H + \bar{Q}_1 = 0; \\ &\partial_1 \bar{Q}_1 - \partial_2^2 M_2 - K_1 N_1 - K_2 N_2 + \bar{q}_\gamma = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (1.5,а)$$

$$N_1 = B\left[\partial_1 u + \nu\partial_2 v + (K_1 + \nu K_2) w\right], \qquad (1.5,б)$$

$$\left.\begin{aligned} &S = B\frac{1-\nu}{2}(\partial_1 v + \partial_2 u); \\ &M_1 = D(\partial_1 \theta_1 + \nu\partial_2^2 w); \\ &\partial_1 w - \theta_1 = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (1.5,в)$$

Выражения усилий $N_2$, $M_2$, $H$, $Q_1$, $Q_2$, принимаются согласно (1.4,г) и (1.4,д)

$$\bar{Q}_1 = -D\partial_1\left[\partial_1\theta_1 + \partial_2^2(2-\nu)w\right]. \qquad (1.5,г)$$

1.9. Согласно п.1.2, граничные условия на продоль - ных краях оболочки записываются в следующем виде

$$\text{при } \beta = 0 \text{ и } \beta = S; \quad N_2 = M_2 = u = w = 0. \qquad (1.6,а)$$

При этом на линиях $\beta = 0$ и $\beta = S = 2\chi_0 r_2$ с учетом зависимостей(1.4)-(1.5) получаются дополнитель- ные зависимые от (1.6,а)условия

$$\mathcal{N}_1 = M_1 = \bar{Q}_1 = \theta_1 = \partial_2 v = \partial_2^2 w = 0^{*)} \qquad (1.6,б)$$

Граничные условия (1.6,а) и дополнительные условия (1.6,б) будут удовлетворяться, если компоненты вектора перемещений и вектора усилий представить в виде одинарных тригонометрических рядов

$$\left.\begin{aligned} u &= \sum_i U_i(\alpha)\sin\lambda_i\beta; & v &= \sum_i V_i(\alpha)\cos\lambda_i\beta; \\ w &= \sum_i W_i(\alpha)\sin\lambda_i\beta; & \theta_1 &= \sum_i \theta_i(\alpha)\sin\lambda_i\beta; \end{aligned}\right\} \qquad (1.7,а)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{N}_1 &= \sum_i \mathcal{N}_i(\alpha)\sin\lambda_i\beta; & S &= \sum_i S_i(\alpha)\cos\lambda_i\beta; \\ \bar{Q}_1 &= \sum_i \bar{Q}_i(\alpha)\sin\lambda_i\beta; & M_1 &= \sum_i M_i(\alpha)\sin\lambda_i\beta; \end{aligned}\right\} \qquad (1.7,б)$$

$$( i = 1,2,3,4\dots,\ \infty )$$

Остальные усилия с учетом (1.4,д) выражаются формулами:

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{N}_2 &= \sum_i \left[\nu\mathcal{N}_i(\alpha) + E\delta(\kappa_2 W_i - \lambda_i V_i)\right]\sin\lambda_i\beta; \\ M_2 &= \sum_i \left[\nu M_i(\alpha) - E\mathfrak{J}\beta_i^2 W_i(\alpha)\right]\sin\lambda_i\beta; \\ H &= -\sum_i D(1-\nu)\lambda_i\theta_i\cos\lambda_i\beta; \\ Q_1 &= -\sum_i \left[M_i' + D(1-\nu)\lambda_i^2\theta_i\right]\sin\lambda_i\beta; \\ Q_2 &= -\sum_i \left[\nu\lambda_i M_i + E\mathfrak{J}\lambda_i^2 W_i\right]\cos\lambda_i\beta. \end{aligned}\right\} \qquad (1.7,в)$$

---

x) Например, при $u(\alpha, s) = 0$ тождественно $\partial_1 u(\alpha, s) \equiv 0$; при $\partial_1 u(\alpha, s) = w(\alpha, s) = \mathcal{N}_2(\alpha, s) = 0$; из 2-го уравнения (1.4,в) получается $\partial_2 v(\alpha, s) \equiv 0$; из 1-го уравнения (1.4,д) при $\partial_2 v(\alpha, s) = w(\alpha, s) = \mathcal{N}_2(\alpha, s)$ получается $\mathcal{N}_1(\alpha, s) \equiv 0$ и т.д.

В выражениях (1.7) функции $U_i(\alpha), W_i(\alpha), \ldots, M_i(\alpha)$ являются искомыми неизвестными функциями продольной координаты $\alpha$, они подлежат определению.

Компоненты нагрузки также представим в виде тригонометрических рядов

$$\left.\begin{aligned} \bar{q}_\alpha = \sum_i q_{\alpha i} \sin \lambda_i \beta; \quad \bar{q}_\beta = \sum_i q_{\beta i} \cos \lambda_i \beta; \\ \bar{q}_\gamma = \sum_i q_{\gamma i} \sin \lambda_i \beta, \end{aligned}\right\} \quad (1.8)$$

$q_{\alpha i}, q_{\beta i}, q_{\gamma i}$ – коэффициенты Фурье [17].

Если нагрузка вертикальная, равномерно распределенная, то

$$q_{\alpha i} = \frac{4}{m_i \pi} q_z \sin \psi; \quad q_{\beta i} = 0; \quad q_{\gamma i} = \frac{4}{m_i \pi} q_z \cos \psi;$$

$$\lambda_i = \frac{m_i \pi}{2s} = \frac{m_i \pi}{2 r_2 \chi_0}, \quad (1.9)$$

где

$$m_i = \begin{cases} 2i-1 & \text{– для симметричных, относительно оси поперечного сечения оболочки, нагрузок} \\ 2i & \text{– для кососимметричных нагрузок;} \end{cases}$$

$2\chi_0$ – центральный угол поперечного сечения (рис.2,в);

$\chi$ – текущее значение угла, отсчитываемого вправо от начальной точки.

После подстановки (1.7) в (1.5,а–1.5,в) получается для каждого $i$-го члена ряда следующая нормальная система из восьми уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &1.\quad N_i' - \lambda_i S_i + q_{\alpha i} = 0; \\ &2.\quad S_i' + \nu \lambda_i N_i + E\delta (K_2 \lambda_i W_i - \lambda_i^2 \theta_i) + q_{\beta i} = 0; \end{aligned}\right\} \quad (1.10,а)$$

$$
\left.\begin{aligned}
&3.\quad M_i' + \bar{Q}_i - 2(1-\nu)D\lambda_i^2\,\Theta_i = 0;\\
&4.\quad Q_i' - (K_1 + \nu K_2)N_i + \nu\lambda_i^2 M_i + E\delta K_2\lambda_i V_i -\\
&\qquad -E\delta(J/\delta\,\lambda_i^4 + K_2^2)W_i + q_{\gamma i} = 0;
\end{aligned}\right\}\quad (1.10,\text{а})
$$

$$
\left.\begin{aligned}
&5.\quad U_i' - \frac{N_i}{B} - \nu\lambda_i V_i + (K_1 + \nu K_2)W_i = 0;\\
&6.\quad V_i' - \frac{2}{(1-\nu)B}S_i + \lambda_i U_i = 0;\\
&7.\quad \Theta_i' - \frac{1}{D}M_i - \nu\lambda_i^2 W_i = 0;\\
&8.\quad W_i' - \Theta_i = 0,
\end{aligned}\right\}\quad (1.10,\text{б})
$$

где $N_i' = \dfrac{dN_i}{d\alpha}$; $\quad S_i' = \dfrac{dS_i}{d\alpha}$ и т.д.

1.10. При использовании вариационного метода сведения двумерной задачи к одномерной [21, 22], разложения (1.7,а) для перемещений остаются такими же, при этом искомые функции $U_i(\alpha)$, $V_i(\alpha)$, $W_i(\alpha)$, $\Theta_i(\alpha)$, зависящие от продольной координаты $\alpha$, представляют собой обобщенные функции перемещений, а тригонометрические функции $\sin\lambda_i\beta$ и $\cos\lambda_i\beta$, зависящие от поперечной координаты $\beta$, представляют единичные функции изменения перемещений вдоль поперечного контура оболочки.

Искомые функции усилий $N_i(\alpha)$; $S_i(\alpha)$; $Q_i(\alpha)$; $M_i(\alpha)$, в разложениях (1.7,б), при использовании вариационного метода, заменяются обобщенными функциями усилий, представляющими собой работу усилий на соответствующих единичных функциях перемещений по всему контуру поперечного сечения

$$\left.\begin{aligned}
P_i &= \int_0^S \mathcal{N}_1(\alpha,\beta)\sin\lambda_i\beta d\beta\,; \\
T_i &= \int_0^S S(\alpha,\beta)\cos\lambda_i\beta d\beta\,; \\
R_i &= \int_0^S \bar{Q}_1(\alpha,\beta)\sin\lambda_i\beta d\beta\,; \\
G_i &= \int_0^S M_1(\alpha,\beta)\sin\lambda_i\beta d\beta\,.
\end{aligned}\right\} \qquad (1.11)$$

Окончательные выражения обобщенных усилий получаются после подстановки в (1.11) выражений (1.7,б) для $\mathcal{N}_1$, $S$, $\bar{Q}_1$, $M_1$ :

$$P_i = \mathcal{N}_i\cdot a\,;\; T_i = S_i a\,;\; R_i = \bar{Q}_i\cdot a\,;\; G_i = M_i a\,, \qquad (1.12)$$

где $$a = \int_0^S \sin^2\lambda_i\beta d\beta = \int_0^S \cos^2\lambda_i\beta d\beta = \frac{S}{2}\,. \qquad (1.13)$$

Таким образом, в уравнениях (1.10) и последующих формулах для перехода от выражений, соответствующих одинарным рядам, к выражениям, построенным с помощью вариационного метода перемещений (при данном случае граничных условий на продольных краях оболочки), следует усилия $\mathcal{N}_i$, $S_i$, $\bar{Q}_i$, $M_i$ заменять по формулам (1.12) обобщенными усилиями

1.11. Группа равенств (1.10,а) и (1.10,б) в совокупности образует нормальную систему из восьми дифференциальных уравнений относительно четырех статических $\mathcal{N}_i$, $S_i$, $M_i$, $Q_i$ и четырех геометрических $U_i$, $V_i$, $W_i$, $\theta_i$ искомых функций. После их определения, перемещения и усилия в любой точке срединной поверхности могут быть вычислены по формулам (1.7).

## Построение решения контактной задачи сопряжения граней складчатой оболочки между собой с поперечными диафрагмами и ребрами жесткости

1.12. При интегрировании уравнений (1.10) необходимо удовлетворить условиям сопряжения граней складчатой оболочки друг с другом, с поперечными диафрагмами и поперечными ребрами жесткости. В данном методе эти условия (включая сопряжение граней с крайними диафрагмами) рассматриваются не как граничные, а как внутренние условия преобразования (см.п.п.1.14–1.21) всех неизвестных функций – усилий и перемещений,– входящих в уравнения (1.10) и образующих вектор искомых неизвестных.

Граничные условия ставятся лишь по наружным сторонам крайних поперечных диафрагм. В результате рассматриваемая краевая задача при интегрировании уравнений (1.10) представляется как двухточечная, с точками внутреннего преобразования.

1.13. Граничные условия формируются относительно коэффициентов Фурье разложения (1.7,а, 1.7,б). Например, для свободного края граничные условия имеют вид:

при $x = 0$, $x = L$

$$N_i = 0, \quad S_i = 0, \quad M_i = 0, \quad \bar{Q}_i = 0. \qquad (1.14)$$

1.14. В местах переломов поверхности оболочки и примыкания к ней диафрагм и ребер жесткости, то есть на линиях искажения напряженного состояния, при $\alpha = \alpha_t$ компоненты вектора неизвестных преобразуются по формулам, определяемым соответствующими условиями перехода.

В рассматриваемой задаче имеют место две группы соотношений перехода: статические и геометрические. В свою очередь как те, так и другие подразделяются на: а) условия перехода в местах сопряжения ребер промежуточных граней и б) в местах сопряжения граней с поперечными диафрагмами.

1.15. Статические соотношения перехода для компонент вектора неизвестных в местах сопряжения промежуточных граней могут быть выведены из рассмотрения пяти условий равновесия элементарного участка узловой линии (линии искажения) оболочки длиной $d\beta = 1$ (рис.7,а). Эти уравнения при наличии ребер жесткости будут выражаться формулами:

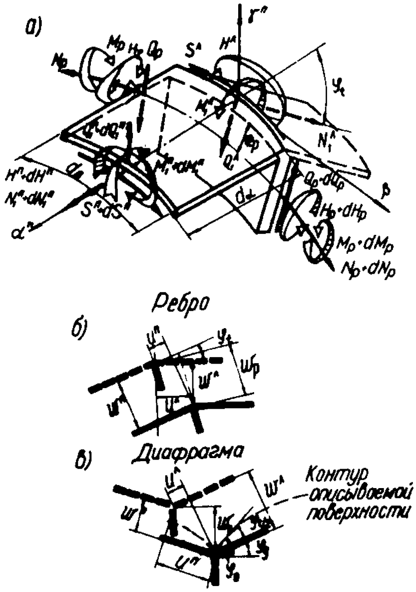



Рис.7

1) $\sum \alpha^{п} = 0$ (равновесие всех сил на ось $\alpha^{п}$, см.рис.7)

$$N_1^{п} - N_1^{\Lambda}\cos\varphi_t + Q_1^{\Lambda}\sin\varphi_t - \frac{dQ_p}{d\beta}\times \sin\frac{\varphi_t}{2} + K_2 N_p \sin\frac{\varphi_t}{2} + P_{\alpha t}\cos\frac{\varphi_t}{2} - P_{\gamma t}\sin\frac{\varphi_t}{2} -$$

$$-\sum_{\kappa}\left[P_{\gamma t}^{\kappa}\,\delta(\beta-\beta_{\kappa})\sin\frac{\varphi_t}{2} - P_{\alpha t}^{\kappa}\,\delta(\beta-\beta_{\kappa})\cos\frac{\varphi_t}{2}\right] = 0;$$

2) $\sum \beta = 0$

$$S^{п} - S^{\Lambda} + \frac{dN_p}{d\beta} + K_2 Q_p + \sum_{\kappa} P_{\beta t}^{\kappa}\,\delta(\beta-\beta_{\kappa}) = 0;$$

3) $\sum \gamma^{п} = 0$

$$Q_1^{п} - Q_1^{\Lambda}\cos\varphi_t - N_1^{\Lambda}\sin\varphi_t + \frac{dQ_p}{d\beta}\cos\frac{\varphi_t}{2} -$$

$$-\kappa_2 N_p \cos\frac{\vartheta_t}{2} + P_{\gamma t}\cos\frac{\vartheta_t}{2} + P_{\alpha t}\sin\frac{\vartheta_t}{2} +$$

$$+\sum_{\kappa}\left[P^{\kappa}_{\gamma t}\,\delta(\beta-\beta_\kappa)\cos\frac{\vartheta_t}{2} + P^{\kappa}_{\alpha t}\,\delta(\beta-\beta_\kappa)\sin\frac{\vartheta_t}{2}\right]=0;$$

4) $\sum m_\beta = 0$ (1.15)

$$M_1^{п} - M_1^{л} - \frac{dH_p}{d\beta} = 0;$$

4,a) $\sum m_\alpha = 0$

$$(H^{п} - H^{л})\cos\frac{\vartheta_t}{2} - Q_p - \frac{dM_p}{d\beta} - e_p\frac{dN_p}{d\beta} = 0.$$

В уравнениях (1.15) угол $\vartheta_t$ между касательными к контуру сечения граней $t-1$ и $t$, в месте их сопряжения по ребру $t$, принимается со знаком плюс, если угол между гранями $t-1$ и $t$, при переходе от грани $t-1$ и $t$ по часовой стрелке, является выпуклым в сторону оси $\gamma$ и равен $(180+\vartheta_t)$ и со знаком минус, если угол между гранями является вогнутым и равен $(180-\vartheta_t)$ – см.рис.1,б.

$e_p$ – эксцентриситет центра тяжести ребра принимается со знаком плюс, если ребро расположено с нижней стороны и с минусом – если с верхней. Индексы "п" и "л" обозначают, соответственно, "правые" и "левые" компоненты усилий и перемещений, если смотреть вдоль оси $\beta$ в сторону ее положительного направления.

Поскольку в уравнениях (1.10) фигурирует обобщенная поперечная сила $\bar{Q}_1$, то в первом и третьем из уравнений(1.15) дополнительно следует прибавить и вычесть члены $- dH^{п}/d\beta$.

Для определения выражения поперечной силы в ребре $Q_p$, фигурирующего в первых четырех уравнениях системы (1.15), используется пятое уравнение (4,а). Выражения остальных усилий в ребрах определяются соотношениями упругости:

$$
\left.\begin{aligned}
N_p &= E_p F_p \left( \frac{d v_p}{d\beta} + k_p w_p \right); \\
M_p &= E_p J_p \left( \frac{d^2 w_p}{d\beta^2} + k_p^2 w_p \right); \\
H_p &= -G^p_{\kappa p}\, d\theta_p / d\beta .
\end{aligned}\right\} \qquad (1.16)
$$

Выражение для $M_p$ принято более строгим, чем для оболочки, поскольку отношение $h_p/r_p$ для ребра более существенно.

1.16. Геометрические соотношения перехода для компонентов вектора неизвестных могут быть выведены непосредственно из рассмотрения картины перемещений, возникающих в поперечной полоске оболочки, в месте сопряжения граней (рис.7,б), согласно которой получается:

а) для оболочки

$$
\left.\begin{aligned}
&5)\, u^п = u^л \cos\vartheta_t - w^л \sin\vartheta_t; \quad 6)\, v^п = v^л; \\
&7)\, \theta^п = \theta^л; \quad 8)\, w^п = w^л \cos\vartheta_t + u^л \sin\vartheta_t;
\end{aligned}\right\} \quad (1.17,а)
$$

б) для ребра

$$
\left.\begin{aligned}
&v_p = v^л + e_p \left( \frac{d w^л}{d\beta} \cos\frac{\vartheta_t}{2} + \frac{d u^л}{d\beta} \sin\frac{\vartheta_t}{2} \right) \frac{k_2}{k_p}; \\
&\theta_p = \theta^л; \quad w_p = w^л \cos\frac{\vartheta_t}{2} + u^л \sin\frac{\vartheta_t}{2} .
\end{aligned}\right\} \quad (1.17,б)
$$

1.17. Как и компоненты усилий и перемещений в оболочке, усилия и перемещения в ребрах раскладываются в тригонометрические ряды:

$$
\left.\begin{aligned}
&w_p = \sum_i W_{pi} \sin\lambda_i\beta; \quad v_p = \sum_i V_{pi} \cos\lambda_i\beta; \\
&\theta_p = \sum_i \theta_{pi} \sin\lambda_i\beta;
\end{aligned}\right\} \quad (1.18,а)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
&\mathcal{N}_p = \sum_i \mathcal{N}_{pi} \sin \lambda_i \beta ; && M_p = \sum_i M_{pi} \sin \lambda_i \beta ; \\
&H_p = \sum_i H_{pi} \cos \lambda_i \beta ; && Q_p = \sum_i Q_{pi} \cos \lambda_i \beta .
\end{aligned}\right\} (1.18.6
$$

Полосовая и сосредоточенная нагрузки, приложенные вдоль линий перелома, также раскладываются в тригонометрические ряды

$$
\left.\begin{aligned}
&P_{\alpha t} = \sum_i P_{\alpha i} \sin \lambda_i \beta ; && P_{\gamma t} = \sum_i P_{\gamma i} \sin \lambda_i \beta ; \\
&P^{\kappa}_{\alpha t} = \sum_i P^{\kappa}_{\alpha i} \sin \lambda_i \beta ; && P^{\kappa}_{\gamma t} = \sum_i P^{\kappa}_{\gamma i} \sin \lambda_i \beta ; \\
&P^{\kappa}_{\beta t} = \sum_i P^{\kappa}_{\beta i} \cos \lambda_i \beta ;
\end{aligned}\right\} (1.18,
$$

$P_{\alpha i}$, $P_{\gamma i}$, $P^{\kappa}_{\alpha i}$, $P^{\kappa}_{\gamma i}$ – коэффициенты Фурье.

1.18. При рассмотрении соотношений перехода по линиям сопряжения панелей с промежуточными диафрагмами, для многоволновой оболочки, предполагается, что диафрагмы расположены вертикально, а примыкающие панели одинаковые и одинаково наклонены к плану основания. Диафрагмы могут выполняться в виде бруса постоянной толщины, арки с затяжкой или сегментной фермы. В двух последних случаях, при строгом учете[x)] действительной конструктивной схемы можно воспользоваться методом сил. В рассмотрение вводится основная система оболочка-брус постоянного сечения (верхний пояс арки, фермы) находящийся под действием заданной нагрузки и дополнительных неизвестных усилий $X_1$, $X_2$, . . . , $X_c$ , полученных вследствие разрезания лишних неизвестных внутренних связей: затяжка в арке, нижний пояс и решетка в ферме. Места приложения и направление этих усилий определяются расположением соответствующих элементов в арке, ферме.

После расчета основной системы на заданную нагрузку и рассмотрения ее единичных состояний для каждого из дополнительных усилий последние определяются известным образом из решения системы канонических уравнений метода сил.

---

[x)] Приближенно фермы и арки могут быть заменены эквивалентным по жесткости на изгиб брусом постоянной высоты.

$$\delta_{ik} X_k + \delta_{iq} = 0 \qquad (i,k=1,2,\ldots c), \qquad (1.19)$$

$\delta_{ik}$ – величина перемещения в основной системе точек приложения $i$ -го неизвестного по направлению линии его действия, возникающего при нагружении этой системы усилием $X_k = 1$.

$\delta_{iq}$ – то же от заданной нагрузки.

Для вычисления перемещений $\delta_{ik}$ и $\delta_{iq}$ от лишних неизвестных: $X_k = 1$ и нагрузки – $q$, достаточно произвести расчет оболочки на три первых члена тригонометрического ряда (поскольку перемещения быстро сходятся), при $m = 1\div5$ на действие симметричных по поперечному сечению нагрузок и при $m = 2\div6$ на действие обратносимметричных нагрузок (см. п.1.9).

После определения из уравнения (1.19) лишних неизвестных они вместе с нагрузкой прикладываются к оболочке, которая рассчитывается уже с удержанием в разложениях (1.7) – $N$ членов ряда. Число $N$ определяется схемами нагрузки и опорной конструкции на поперечных краях оболочки.

При указанном подходе к решению контактной задачи оболочки с диафрагмой многоволновая (в продольном направлении) складчатая оболочка может рассматриваться как отдельно стоящая длиной $L$ (рис.1,а); при этом в точках преобразований, абсциссы которых кратны величинам пролетов одной секции – $l_1$, угол $\vartheta_t$ будет равен углу сопряжения двух смежных оболочек над общим бортовым элементом (рис.7,в).

В отличие от угла перелома между смежными гранями оболочки этот угол обозначен $2\vartheta_g$ (индекс "$g$" обозначает диафрагму) и равен

$$2\vartheta_g = 2\vartheta_0 - \vartheta_t . \qquad (1.20)$$

1.19. Статические и геометрические условия сопряжения оболочек двух смежных пролетов с диафрагмой будут совпадать с выражениями (1.15, 1.16, 1.17), если в них индекс "р" заменить на "$g$", а угол $\vartheta_t$ в соответствии с рис.7,в на $(-2\vartheta_g)$.

1.20. Для получения окончательных выражений условий перехода усилия в ребре $N_p$, $M_p$, $Q_p$, $H_p$ с помощью формул (1.16) и пятого уравнения системы

(1.15) выражаются через перемещения в ребре $v_p$, $\theta_p$, $w_p$, а последние с помощью формул (1.17,б) через перемещения в оболочке; усилия и перемещения в оболочке справа и слева от линии перехода и нагрузка по ребру представляются в виде разложений (1.7) и (1.18,в). В результате получаются восемь искомых уравнений (см. п.п.1.22, 1.23).

Аналогичная процедура выполняется относительно выражений $N_g$, $M_g$, $Q_g$, $H_g$, $v_p$, $\theta_p$, $w_p$, входящих в условия перехода в местах сопряжения диафрагм. При выводе последних предполагается, что панели оболочки справа и слева от диафрагмы одинаковые (п.1.18).

1.21. Система нормальных уравнений (1.10,а) и (1.10,б), условия перехода (1.15) и (1.17,а) и граничные условия в компактной форме могут быть представлены векторными уравнениями соответственно в следующем виде:

$$z_i'(\alpha) = A_i z_i(\alpha) + q_i \quad ; \tag{1.21}$$

$$z_i^{п}(\alpha_t) = B_i z_i^{л}(\alpha_t) + L_i^{*)} \tag{1.22}$$

$$D_i z_i(0) = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, N). \tag{1.23}$$

В этих выражениях:

$z_i(\alpha)$ – вектор-столбец неизвестных;

$A_i$ – квадратная матрица (8х8) коэффициентов при неизвестных;

$q_i$ – вектор-столбец свободных членов;

$B_i$ – квадратная матрица (8х8) коэффициентов при неизвестных;

$L_i$ – вектор-столбец свободных членов;

$D_i$ – прямоугольная матрица (4х8) коэффициентов при неизвестных.

Векторные уравнения (1.21) и (1.22) в форме матриц приведены, соответственно, в табл.1,а и 1,б.

---

x) Вектор-столбец $L_i$ учитывается только при преобразованиях неоднородного решения.

Таблица 1

а)

**РАЗРЕШАЮЩАЯ**
**СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

$$
\begin{Vmatrix} N' \\ S' \\ M_1' \\ \bar{Q}_1' \\ U' \\ V' \\ \theta' \\ W' \end{Vmatrix}_i =
\begin{Vmatrix}
0 & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
a_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{26} & 0 & a_{28} \\
0 & 0 & 0 & a_{34} & 0 & 0 & a_{37} & 0 \\
a_{41} & 0 & a_{43} & 0 & 0 & a_{46} & 0 & a_{48} \\
a_{51} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{56} & 0 & a_{58} \\
0 & a_{62} & 0 & 0 & a_{65} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & a_{73} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{78} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{87} & 0
\end{Vmatrix}_i \times
\begin{Vmatrix} N \\ S \\ M \\ \bar{Q} \\ U \\ V \\ \theta \\ W \end{Vmatrix}_i +
\begin{Vmatrix} q_\alpha \\ q_\beta \\ q_\gamma \\ 0 \\ \\ 0 \\ \\ \\ \end{Vmatrix}_i
$$

б)

**ВНУТРЕННИЕ**
**УСЛОВИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

$$
\begin{Vmatrix} N \\ S \\ M_1 \\ \bar{Q}_1 \\ U \\ V \\ \theta \\ W \end{Vmatrix}_i^{п} =
\begin{Vmatrix}
b_{11} & 0 & 0 & b_{14} & b_{15} & b_{16} & b_{17} & b_{18} \\
0 & b_{22} & 0 & 0 & b_{25} & b_{26} & 0 & b_{28} \\
0 & 0 & b_{33} & 0 & 0 & 0 & b_{37} & 0 \\
b_{41} & 0 & 0 & b_{44} & b_{45} & b_{46} & b_{47} & b_{48} \\
 & & & & b_{55} & 0 & 0 & b_{58} \\
 & & \bigcirc & & 0 & b_{66} & 0 & 0 \\
 & & & & 0 & 0 & b_{77} & 0 \\
 & & & & b_{85} & 0 & 0 & b_{88}
\end{Vmatrix}_i \times
\begin{Vmatrix} N \\ S \\ M \\ \bar{Q} \\ U \\ V \\ \theta \\ W \end{Vmatrix}_i^{\Lambda} +
\begin{Vmatrix} \bar{l}_1 \\ \bar{l}_2 \\ \bar{l}_3 \\ \bar{l}_4 \\ \\ 0 \\ \\ \\ \end{Vmatrix}_i
$$

$$(i = 1, 2, 3, \ldots, N)$$

### А л г о р и т м   р а с ч е т а

1.22. Вычисление элементов матриц уравнений. Подлежит интегрированию $N$ – нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений (1.21) ( табл. 1 ). В рассматриваемом случае элементы матриц $A_i$ и столбцов свободных членов $q_i$ постоянны в пределах граней складки. Формулы для их вычисления:

$$\left.\begin{aligned}
&a_{12}=-a_{65}=\lambda_i;\ a_{21}=-a_{56}=-\nu\lambda_i;\ a_{34}=-a_{87}=-1;\\
&a_{41}=-a_{58}=(K_1+\nu K_2);\ a_{43}=-a_{78}=-\nu\lambda_i^2;\\
&a_{26}=E\delta\lambda_i^2;\ a_{28}=a_{46}=-E\delta K_2\lambda_i;\\
&a_{37}=2(1-\nu)D\lambda_i^2;\ a_{48}=E\delta(K_2^2+i_o^2\lambda_i^4);\\
&a_{51}={}^1/B_1;\ a_{62}=\frac{2}{(1-\nu)B_1};\ a_{73}={}^1/D;\\
&\qquad (i=1,2,\ldots,N).
\end{aligned}\right\}\quad(1.24)$$

$$i_o=\sqrt{J/\delta}\ ;\qquad B_1=E\delta\ . \qquad (1.25)$$

Индекс " $i$ " в обозначениях элементов матриц здесь и далее опускается. Компоненты вектора $q_i$ вычисляются по формулам (1.8 и 1.9). Элементы матрицы $B_i$ вычисляются по формулам:

а) При $x_t$ не кратном $l_1$ (по линиям сопряжения оболочки с ребрами жесткости)

$$\left.\begin{aligned}
&b_{11}=b_{44}=b_{55}=b_{88}=\cos\vartheta_t;\\
&b_{22}=b_{33}=b_{66}=b_{77}=1;\\
&b_{14}=-b_{41}=-b_{85}=b_{58}=-\sin\vartheta_t;\\
&b_{15}=-D_p\sin\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right)\Omega_{1i};
\end{aligned}\right\}\quad(1.26)$$

$$
\left.
\begin{aligned}
b_{16} &= -B_p \lambda_i \sin(\vartheta_t/2)\Omega_{2i}\gamma_p;\\
b_{17} &= D^{\Lambda}(1-\nu)(1+\vartheta)\lambda_i^2 \sin\frac{\vartheta_t}{2};\\
b_{18} &= -D_p \frac{1}{2}\sin\vartheta_t\,\Omega_{1i};\\
b_{26} &= D_p \kappa_2 \lambda_i \sin\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right)\Omega_{3i};\\
b_{26} &= B_p \lambda_i^2 \gamma_p;\\
b_{27} &= -D^{\Lambda}(1-\nu)(1-\vartheta)\kappa_2\lambda_i\cos\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right);\\
b_{28} &= D_p \kappa_2 \lambda_i \cos\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right)\Omega_{3i};\\
b_{37} &= G_{\kappa p}^{p} \lambda_i^2 \gamma_p;\\
b_{45} &= D_p \frac{1}{2}\sin\vartheta_t\,\Omega_{1i};\\
b_{46} &= B_p \lambda_i \cos\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right)\Omega_{2i}\gamma_p;\\
b_{47} &= D^{\Lambda}(1-\nu)(1+\vartheta)\lambda_i^2 \sin^2\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right);\\
b_{48} &= D_p \cos^2\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right)\Omega_{1i}.
\end{aligned}
\right\}
\qquad (1.26)
$$

Здесь

$$B_p = E_p F_p;\quad D_p = E_p J_p;\quad \vartheta = \frac{D^n}{D^\Lambda};\quad \gamma_p = \frac{K_2}{K_p}; \tag{1.27}$$

Элементы вектор-столбца $L_i$ .

$$\left.\begin{aligned}
\bar{l}_1 &= -\cos\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right)\left(p_{\alpha i} + \sum_k P_{\alpha t}^{k}\,\xi_{ik}\frac{1}{a}\right) + \\
&+ \sin\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right)\left(p_{\gamma i} + \sum_k P_{\gamma t}^{k}\,\xi_{ik}\frac{1}{a}\right); \\
\bar{l}_2 &= -\sum_k P_{\beta t}^{k}\,\frac{1}{a}\eta_{ik};\quad \bar{l}_3 = 0; \\
\bar{l}_4 &= -\cos\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right)\left(p_{\gamma i} + \sum_k P_{\gamma t}^{k}\cdot\xi_{ik}\frac{1}{a}\right) - \\
&- \sin\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right)\left(p_{\alpha i} + \sum_k P_{\alpha t}^{k}\,\xi_{ik}\frac{1}{a}\right).
\end{aligned}\right\} \tag{1.28}$$

Здесь

$$\xi_{ik} = \sin(\lambda_i \beta_k);\quad \eta_{ik} = \cos(\lambda_i \beta_k).$$

(Остальные неуказанные элементы $B_i$ и $L_i$ равнь нулю). В выражениях (1.26):

$$\left.\begin{aligned}
&\Omega_{1i} = \lambda_i^4 \Omega_4 - k_p^2\left(\lambda_i^2 \Omega_5 - \frac{\gamma_p}{i_p^2}\right); \\
&\Omega_{2i} = e_p \lambda_i^2 - k_p;\quad \Omega_{3i} = \Omega_6 - \lambda_i^2 \Omega_7;
\end{aligned}\right\} \tag{1.29,a}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\Omega_4 = \gamma_p \left(1 + \gamma_p \frac{e_p^2}{i_p^2}\right); \\
&\Omega_5 = \gamma_p \left(1 + \frac{e_p}{K_p i_p^2}\Omega_8\right) \approx \gamma_p \frac{e_p}{K_p i_p^2}\Omega_8; \ \Omega_8 = 1 + \gamma_p; \\
&\Omega_6 = K_p^2 - \frac{1}{i_p^2} \approx -\frac{1}{i_p^2}; \ \Omega_7 = 1 - \gamma_p \frac{e_p}{K_p i_p^2} \approx \gamma_p \frac{e_p}{K_p i_p^2}.
\end{aligned}\right\} \quad (1.29,б)$$

б) При $x_t$ кратном $l_1$ (то есть по линиям сопряжения оболочки с диафрагмами) в формулах (1.28) – (1.29) индекс " $p$ " (ребро) заменяется на " $g$ " (диафрагма); угол $\vartheta_t$ на $(-2\vartheta_g)$; $\vartheta = 1$; $\gamma_p$ на $\gamma_g - \frac{K_2}{K_g}$;

при этом заменяются:

$$\sin\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right) \text{ на } (-\sin\vartheta_g); \ \cos\left(\frac{\vartheta_t}{2}\right) \text{ на } \cos\vartheta_g .$$

В выражениях (1.29) $-e_p$ и $i_p$ эксцентриситет и радиус инерции ребра жесткости; $e_g$ и $i_g$ – то же верхнего пояса диафрагмы.

1.23. Отношение радиуса кривизны оболочки к радиусу кривизны промежуточных ребер $r_2 / r_p$ можно принять равным единице, а к радиусу кривизны диафрагмы фактическое, когда $r_2 / r_g \neq 1$, при этом в выражениях (1.26, 1.27, 1.29) для ребер жесткости следует положить $\gamma_p = 1$.

1.24. Обработка результатов.

Усилия и перемещения в произвольной точке срединной поверхности оболочки после определения искомых параметров вычисляются по формулам (1.7):

а) усилия и моменты в ребрах вычисляются по формулам

$$\left.\begin{aligned}
&N_p = -E_p F_p \sum_i (W_{pi} \Omega_{2i}^p + \lambda_i V_i) \sin \lambda_i \beta; \\
&M_p = E_p J_p \sum_i W_{pi} (K_p^2 - \lambda_i^2) \sin \lambda_i \beta;
\end{aligned}\right\} \quad (1.30)$$

$$Q_p = E_p J_p \sum_i \left[ W_{pi} \left( \lambda_i^2 \Omega_4^p - k_p^2 - k_p \frac{e_p}{i_p^2} \right) - \frac{e_p}{i_p^2} \lambda_i V_i \right] \sin \lambda_i \beta;$$

$$H_p = - G_{kp}^p \sum_i \Theta_{pi} \lambda_i \cos \lambda_i \beta; \qquad (1.30)$$

б) усилия и моменты в верхнем поясе диафрагм вычисляются по формулам

$$N_g = - E_g F_g \sum_i \left[ W_{gi} \left( \gamma_g e_g \lambda_i^2 - k_g \right) + \gamma_g \lambda_i V_i \right] \sin \lambda_i \beta;$$

$$M_g = E_g J_g \sum_i W_{gi} \left( k_g^2 - \lambda_i^2 \right) \sin \lambda_i \beta;$$

$$Q_g = E_g J_g \sum_i \left[ W_{gi} \left( \lambda_i^2 \Omega_4^g - k_g^2 - k_g \frac{e_g}{i_g^2} \right) + \right.$$

$$\left. + \gamma_g \frac{e_g}{i_g^2} \lambda_i V_i \right] \sin \lambda_i \beta; \qquad (1.31$$

$$H_g = - G_{kp}^g \sum_i \Theta_{gi} \lambda_i \cos \lambda_i \beta,$$

$$(i = 1, 2, \ldots, N).$$

1.25. Граничные условия. Крайние волны оболочки при $x = 0$ и $x = L$ опираются, как правило, на те же контурные элементы, что и средние. Рассматривая эти опорные узлы как точки преобразования, аналогично средним, получаем, что при $x = 0$ – левые, а при $x = L$ – правые статические компоненты вектора неизвестных равны 0. Таким образом, независимо от конструктивного исполнения податливого бортового элемента, граничные условия при $x = 0$ и $x = L$ соответствуют свободному краю и определяются равенством (1.14) или матричным уравнением (1.23). Все элементы прямоугольной матрицы

$D_i$ в этом уравнении имеют нулевое значение, кроме лежащих по диагонали левого минора размером 4 х 4, которые равны 1, т.е.

$$d_{kk} = 1 \, (k = 1, 2, 3, 4). \qquad (1.32)$$

1.26. <u>Решение системы дифференциальных уравнений.</u> Каждая из системы (1.21) в совокупности с граничными условиями (1.23) определяет собой соответствующую краевую задачу первого рода. При этом в некоторых, наперед заданных точках с абсциссами $x = x_t$ (или $\alpha = \alpha_t$) указаны соотношения перехода (1.22), необходимые для преобразования в этих точках векторов фундаментальной системы решений (вектор-столбец $L_i$ в соотношениях (1.22) учитывается только при преобразованиях вектора неоднородного решения). Решение $N$ краевых задач осуществляется по разработанной в ЦНИИПИАСС стандартной программе РКО-2 [11]. В этой программе реализован метод ортогональной прогонки, предложенной С.К.Годуновым [5]. Решение заданной краевой задачи разыскивается в виде линейной комбинации решений задач Коши [15], [29]. Интегрирование ведется методом Рунге-Кутта. Смысл метода Годунова заключается в устранении трудностей, связанных с наличием у системы дифференциальных уравнений быстроизменяющихся решений, приводящих к "сплющиванию" и чрезмерному росту векторов фундаментальной системы решений.

Результатом работы программы РКО-2 является определение в заданных точках значений $N$ векторов искомых неизвестных.

## Расчет оболочки на ЭВМ "МИНСК-22"

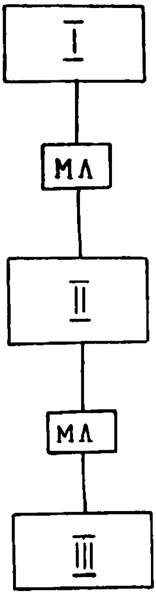
1.27. Изложенный выше алгоритм был реализован в программе. "Расчет оболочек складчатого типа" (РОСТ)[x].

---

x) Программа разработана в кодах машины ЭВМ "Минск--22".

В 1972 г. программа РОСТ по договору с ЦНИИСК им.Кучеренко разработана ЦНИИПИАСС (в усовершенствованном варианте) на языке АЛГОЛ-60.

## 1. Блок-схема программы "РОСТ"




Алгол-программа (часть 1), вычисляющая и формирующая в определенном порядке матрицы постоянных коэффициентов при неизвестных.

Стандартная программа РКО-2 с дополнительно разработанными блоками в кодах ЭВМ "Минск-22" [11].

Алгол-программа (часть 2), производящая обработку промежуточной информации, записанной на МЛ (магнитная лента), и выдающая на печать результаты расчета, в координатах $x$ и $y$.

Исследовательские цели: проверка правильности основных положений метода, оценка отдельных гипотез и допущений, анализ на основе расчетных данных, характера работы оболочек различного класса, - были определяющими при разработке данной программы. Вследствие этого она содержит в себе ряд моментов, которые при широком использовании ее в расчетной практике в качестве стандартной программы были бы излишни. Этим же обстоятельством объясняются некоторые ограничения на возможные конструктивные схемы оболочек, вызванные не методом расчета, а соображениями простоты программы. Главным образом, это нашло отражение в требовании регулярности расположения конструктивных элементов. На данном этапе эту программу нужно рассматривать как принципиальную возможность произвести необходимый расчет той или иной конструктивной схемы оболочки рассматриваемого класса изложенным выше методом.

1.28. Возможные расчетные схемы и нагрузки. Программа "РОСТ" позволяет рассчитывать пологие оболочки на прямоугольном плане, многоволновые в одном направлении, возможные конструктивные схемы которых изображены на рис.2÷4. Толщина и материал различных граней могут быть неодинаковыми. Подкрепление оболочек попе -

речными ребрами жесткости (произвольного сечения) предполагается лишь в местах сопряжения смежных граней. В случае гладкой оболочки ребра должны быть расположены регулярно. Наконец, ребра могут располагаться как с внутренней ( $+e_p$ ), так и с наружной ( $-e_p$ ) стороны оболочки. Бортовые элементы поперечного направления могут быть выполнены в виде арок, ферм, балок; по продольным сторонам оболочка считается шарнирно опертой на абсолютно жесткие в своей плоскости и идеально гибкие из плоскости диафрагмы. Нагрузка на оболочку может быть достаточно произвольная (рис.5). Несимметричная по отношению к продольной плоскости симметрии нагрузка раскладывается на симметричную и кососимметричную. Сосредоточенная нагрузка может быть приложена под любым углом к поверхности оболочки к одному из ребер жесткости либо к верхнему поясу бортового элемента.

1.29. Исходные данные. Программа "РОСТ" предусматривает введение в ЭВМ следующей исходной информации (обозначения соответствуют принятым в тексте алгол-программы ).

I часть

NZ – номер задачи (нагрузка симметричная № 1, кососимметричная № 2);

N – количество решаемых систем;

Z – количество пролетов;

K – количество граней в одном пролете;

NKT – количество поперечных сечений с точками выдачи результата;

NML – начальный адрес записи информации на МЛ;

XP[1:NKT] – координаты поперечных сечений с точками выдачи результатов (задается в долях ширины грани);

R1 – радиус кривизны отдельной грани в направлении оси $\alpha$ ;

R10 – радиус кривизны этого же направления гладкой оболочки, в которую складчатая вписана.

Примечание: при R1 и R10 $\to \infty$ вносится соответствующая им кривизна, т.е. K1=K10=0;

R2 – радиус кривизны поперечного направления;

RD – радиус кривизны линии, проходящей через центры тяжести сечений верхнего пояса диафрагмы;

AL,BL – ширина и длина в плане отдельной оболочки;

FD,ID – площадь сечения и собственный момент инерции верхнего пояса диафрагмы;

FR, IR – то же, ребра;

ED,CKD – модуль упругости и жесткость на кручение верхнего пояса диафрагмы;

ER,CKR – то же, ребра;

KP – коэффициент Пуассона;

HR – эксцентриситет центра тяжести ребра;

HO[1:K×Z] – массив, определяющий толщину граней оболочки. В случае оболочки равной толщины вводится 2 числа: первое – количество граней, второе – значение толщины;

MY[1:K×Z] – аналогично – модуль упругости материала граней;

Q – интенсивность равномерно распределенной вертикальной нагрузки – $q_z$. Если Q =0, то дополнительно в ЭВМ вводится;

MQ[1:K×Z] – массив значений интенсивности равномерно распределенных на отдельных гранях нагрузок $q_z$;

QX, QZ – интенсивность полосовых нагрузок, приложенных к какому-либо ребру, действующих соответственно по направлениям осей $\alpha$ и $\beta$ (соответственно $P_{\alpha t}$ и $P_{\gamma t}$ см.рис.5);

PX,PS,PZ – проекции сосредоточенной нагрузки на оси $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ (соответственно $P^{K}_{\alpha t}$, $P^{K}_{\beta t}$, $P^{K}_{\gamma t}$ (см.п.1.7);

QZP,QSP – интенсивность полосовых нагрузок, приложенных по линиям $\beta$ = const, действующих соответственно по направлениям осей $\gamma$ и $\beta$ (соответственно $P_{\gamma K}$ и $P_{\beta K}$ см.п.1.7);

FMP – угловая координата $\chi_K$ точки приложения сосредоточенной нагрузки ($P^K$);

NQ – номер ребра, к которому приложена полосовая равномерно распределенная нагрузка (отсчитывается, начиная с 0 от начала координат);

NPM – то же для ребра, к которому приложена сосредоточенная нагрузка ($P^K$).

Помимо указанных программой предусмотрено занесение дополнительной группы исходных данных, которые при обычном расчете имеют следующие значения $EP = VP = 0$;

$KX, KY$, $KZ, KTT$ – масштабные множители для геометрических компонент вектора неизвестных (соответственно для $U_j, V_j, W_j, \theta_j$)

$$KX = KY = KZ = KTT = 10000{,}0;$$

$RU, RV$, $RW, RT$ – регуляторы степени увеличения масштабных множителей с ростом номера гармоники

$$RU = RV = RW = RT = 10;$$

$KC[1:9]$ – массив чисел, все элементы которого равны 1.

Помимо контрольной информации в этой части программы предусмотрен вывод двух необходимых для дальнейшей работы, чисел.

$BP$ – ширина граней оболочки (по этому числу определяется шаг интегрирования);

$NRML$ – начальный адрес записи на МЛ результатов интегрирования.

## II часть

С начальным адресом 14660 вводится следующий массив:

$N$ – см.выше;

$ZK$ – количество точек преобразований;

$n$ – порядок систем дифференциальных уравнений;

$NKT$ – см. выше;

$NML$ – см. выше;

$h$ – шаг интегрирования (определяется делением ширины панели на целое число);

$H$ – шаг ортогонализации (измеряется количеством шагов интегрирования).

## III часть

$NZ$, $N$, $NKT$, $K$ – см. выше;

KI – количество интервалов между точками выдачи в поперечном сечении;

NRML – см. выше;

$$\left.\begin{array}{l} KX, KY, KZ, KTT \\ RU, RV, RW, RT \\ R1, R10, R2, RD \\ AL, BL, FD, JD \\ FR, IR, HR, KP \\ ED, ER \end{array}\right\}$$ см.выше;

$$\left.\begin{array}{r} GD \\ GR \\ H[1:NKT] \\ E[1:NKT] \end{array}\right\}$$ то же, что и $$\left.\begin{array}{l} CKD \\ CKR \\ HO \\ MY \end{array}\right\}$$ см.выше;

KC6 – в обычных расчетах равно +1;

KL[1:NKT] – массив, элементы которого равны 0 либо +1:

0 – в соответствующем сечении результаты будут выданы только в точках $\beta = 0$ и $\beta = r_2 \chi_o$;

+1 – в сечении результаты будут выданы в KI +1 точках, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга, начиная с точки $\beta = 0$ и кончая $\beta = r_2 \chi_o$;

NRR[1:NKT] – массив, элементы которого могут иметь значения –1, 0, +1;

–1 – соответствует поперечному сечению вдоль ребра жесткости;

0 – то же по полю оболочки;

+1 – то же вдоль бортового элемента;

1.30. Для получения удовлетворительной точности вычисления усилий и перемещений достаточно удерживать при расчете:

- на равномерно распределенную нагрузку – $5 \div 7$ членов ряда в разложениях (1.4) : $N = 5-7$

- на сосредоточенную нагрузку, приложенную к одному из ребер жесткости, или к поясу диафрагмы в основной системе, около 20 членов – $N \approx 20$.

Выбор оптимального шага интегрирования $h$, первой системы ($i = 1$) рекомендуется производить по следующей приближенной формуле: $\frac{h}{\delta} = 5 \div 8$,

где $\delta$ – толщина оболочки.

# УЧЕТ ПРОДОЛЬНЫХ РЕБЕР

Хотя программа "РОСТ" составлена для расчета оболочек, подкрепленных только поперечными ребрами жесткости, однако, она в относительно строгой постановке (с учетом дискретного расположения ребер) может быть обобщена на расчет оболочек, подкрепленных большим числом регулярно расположенных продольных ребер (см. ниже), вертикальная плоскость которых примыкает по нормали к поверхности оболочки. При этом общее решение, основанное на использовании тригонометрических рядов (1.7 ), по-прежнему распадается на $N$ независимых нормальных дифференциальных уравнений восьмого порядка.

В отношении продольных ребер принимаются следующие гипотезы: учитывается их жесткость на растяжение (сжатие) и изгиб в плоскости нормальной к поверхности оболочки, пренебрегается жесткостью ребра на изгиб из его плоскости и на кручение.

Решение задачи строится на основе рассмотрения условий сопряжения ребер с оболочкой (по методу сил). Допустим, что оболочка через $m$ интервалов подкреплена $m-1$ числом промежуточных продольных ребер в точках 1, 2, ... ...$m-1$. Если отделить ребра от оболочки, то по линиям контакта, при $\beta = \beta_k$, к оболочке следует приложить погонные усилия взаимодействия: продольные и нормальные полосовые усилия – $P_{\alpha k}(\alpha, \beta_k)$ и $P_{\gamma k}(\alpha, \beta_k)$. Условия контакта оболочки с ребром имеют вид: (направление координатных осей, компонент вектора усилий и перемещений для продольного ребра принято таким же как и для оболочки):

$$\left.\begin{aligned} P_{\alpha k}(\alpha, \beta_k) &= -q_\alpha^{\varepsilon}(\alpha, \beta_k); \\ P_{\gamma k}(\alpha, \beta_k) &= -q_\gamma^{\delta}(\alpha, \beta_k); \end{aligned}\right\} \qquad (1.32,а)$$

$$\left.\begin{aligned} u(\alpha, \beta_k) &= u_\delta(\alpha, \beta_k); \\ w(\alpha, \beta_k) &= w_\delta(\alpha, \beta_k) \end{aligned}\right\} \qquad (1.32,б)$$

Для продольных ребер введен индекс "б" (брус ).

4. Уравнения равновесия продольного ребра под действием усилий $q^{б}_{\alpha}$ и $q^{б}_{\gamma}$ имеют вид [13; 25; 27] ( с учетом принятого направления осей, усилий и перемещений):

$$N'_б - k_б M'_б + q^{б}_{\alpha} = 0; \quad M''_б + k_б N_б - q^{б}_{\gamma} = 0. \qquad (1.33)$$

Соотношения упругости [13; 26]:

$$\sigma = E_б \varepsilon_б = u'_б + k_б w_б - (w''_б - k_б u'_б) z; \qquad (1.34)$$

$$\left. \begin{aligned} N_б &= \int_{h_б} \sigma \, dF = B_б (u'_б + k_б w_б) - C_б (w''_б - k_б u'_б); \\ M_б &= \int_{h_б} \sigma z \, dF = -C_б (u'_б + k_б w_б) + D_б (w''_б - k_б u'_б). \end{aligned} \right\} \qquad (1.35)$$

Продольный момент $M_б$ подсчитан относительно линии контакта

$$\left. \begin{aligned} & B_б = E_б F_б; \quad C_б = E_б S_б = -E_б \int_{h_б} z \, dF = -E_б e_б F_б; \\ & D_б - E_б J_б = E_б (J^{o}_б + F_б e^2_б); \end{aligned} \right\} \qquad (1.36)$$

$B_б$, $S_б$, $D_б$ – площадь сечения, статический момент и момент инерции сечения ребра относительно точки контакта с оболочкой;

$e_б$, $J^{o}_б$ – экцентриситет и собственный момент инерции ребра.

Уравнения (1.36) в перемещениях имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} & B_б (u''_б + e_б w'''_б + k_б w'_б) + q^{б}_{\alpha} = 0; \\ & B_б \left(e_б u'''_б + k_б u'_б + \frac{D_б}{B_б} w^{IV}_б + 2 k_б e_б w''_б + k^2_б w_б\right) - q^{б}_{\gamma} = 0 \end{aligned} \right\} \qquad (1.37)$$

При выводе уравнений (1.37) пренебрегалось величиной $e_\delta k_\delta / e_\delta / r_\delta$ по сравнению с единицей. Как показали вспомогательные расчеты, можно пренебречь влиянием эксцентриситета примыкания ребра на величину нормальных к ребру усилий контакта – $q^\delta_\alpha$, положив во втором из уравнений (1.38) нулю члены, содержащие эксцентриситет $e_\delta$. Учитывая условия контакта (1.32) и разлагая перемещения для оболочки в тригонометрические ряды

$$\left.\begin{aligned} u(\alpha,\beta_k) &= \sum_i U_i(\alpha)\sin\lambda_i\beta_k; \\ w(\alpha,\beta_k) &= \sum_i W_i(\alpha)\sin\lambda_i\beta_k, \end{aligned}\right\} \quad (1.38)$$

можно получить следующие выражения для полосовых нагрузок на оболочку по линии сопряжения с ребрами

$$\left.\begin{aligned} P_{\alpha k} &= \sum_i B_\delta \left[U_i''(\alpha) + e_\delta W_i'''(\alpha) + k_\delta W_i'(\alpha)\right]\sin\lambda_i\beta_k; \\ P_{\gamma k} &= -\sum_i B_\delta \left[k_\delta U_i'(\alpha) + \frac{D_\delta}{B_\delta} W_i^{IV}(\alpha) + k_\delta W_i(\alpha)\right]\sin\lambda_i\beta_k. \end{aligned}\right\} \quad (1.39)$$

Для оболочки расчетными являются уравнения (1.10), в которых свободные члены $\bar q_{\alpha i}$ и $\bar q_{\gamma i}$, включая полосовые $P_{\alpha k}$ и $P_{\gamma k}$, определяются выражениями (1.3, а). Эти полосовые нагрузки можно, с помощью выражений (1.39), выразить через искомые перемещения оболочки, при этом функции, ходящие под знаком производных, с помощью тех же уравнений (1.10) можно выразить через сами искомые функции. Для получения окончательных уравнений используется известная процедура построения решений в одинарных рядах, при этом оказывается, что при определенных соотношениях между числом продольных ребер и числом удерживаемых в разложениях (1.7) членов ряда имеет место следующее условие ортогональности тригонометрических функций дискретного аргумента:

$$\sum_k \sin\lambda_j\beta_k \sin\lambda_i\beta_k = 0 \quad \text{при} \quad j \neq i. \qquad (1.40)$$

В частности, согласно [36, стр.293] это условие удовлетворяется при

$$i \neq j < m; \quad i = j = m. \qquad (1.41)$$

С учетом условий ортогональности (1.40) и (1.41) расчетная система уравнений для оболочки, подкрепленной продольными ребрами, имеет следующий, окончательный вид:

$$\left.\begin{aligned}
&1.\ N_i' - \left(1 - \frac{2\nu}{1-\nu}\frac{B_\delta}{B}a_m\right)b_\delta \lambda_i S_i - \\
&\quad - \frac{e_\delta B_\delta}{D}a_m b_\delta \bar{Q}_i - \nu B_\delta a_m b_\delta \lambda_i^2 U_i + \\
&\quad + \left[(2-\nu)e_\delta \lambda_i^2 - \nu k_2\right]B_\delta a_m b_\delta \theta_i + b_\delta \bar{q}_{xi} = 0; \\
&2.\ S_i' + \nu\lambda_i N_i + E\delta k_2 \lambda_i W_i - E\delta\lambda_i^2 V_i = 0; \\
&3.\ M_i' + \bar{Q}_i - 2(1-\nu)D\lambda_i^2\theta_i = 0; \\
&4.\ Q_i' - \left(\frac{k_1}{b_\delta} + \nu k_2\right)d_\delta N_i a_m + \left[\nu - (2-\nu)\frac{D_\delta}{D}a_m\right]\times \\
&\quad \times d_\delta \lambda_i^2 M_i + (E\delta k_2 - \nu k_1 B_\delta a_m)d_\delta \lambda_i V_i - C_i d_\delta W_i + \\
&\quad + d_\delta \bar{q}_{yi} = 0; \\
&5.\ U_i' - \frac{N_i}{B} - \nu\lambda_i V_i + (k_1 + \nu k_2)W_i = 0; \\
&6.\ V_i' - \frac{2}{(1-\nu)B}S_i + \lambda_i U_i = 0;
\end{aligned}\right\} \qquad (1.42)$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&7.\quad \theta_i' - \frac{1}{D} M_i - \nu\lambda_i^2 W_i = 0; \\
&8.\quad W_i' - \theta_i = 0.
\end{aligned}
\right\} \qquad (1.42)
$$

Здесь

$$
\left.
\begin{aligned}
&C_i = E\mathcal{J}\lambda_i^4 + E\delta k_2^2 + \nu(2-\nu)D_\delta a_m \lambda_i^4 - \nu k_1 k_2 B_\delta a_m; \\
&k_\delta \approx k_1;
\end{aligned}
\right\} \qquad (1.43,а)
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&a_m = \frac{m}{S}; \qquad b_\delta = \frac{B}{B + a_m \cdot B_\delta}; \\
&d_\delta = \frac{D}{D + a_m \cdot D_\delta}.
\end{aligned}
\right\} \qquad (1.43,б)
$$

При выводе уравнений (1.42) использовались соотношения (1.10).

Для конкретной оболочки покрытия Усачевского рынка, разрабатываемого в МНИИТЭПе с размерами 42х42 м, число продольных ребер равно 13 ($m=14$). В соответствии с соотношением (1.41) уравнения (1.42) оказываются справедливыми при расчете оболочки на первые 13 членов ряда ($i=1,3,5,...13$). Выше отмечалось (п.1.30), что при расчете на равномерно-распределенную нагрузку достаточно удерживать в расчете 6 членов ряда. При расчете на сосредоточенную нагрузку рекомендуемое число членов ряда для данного примера больше 13, однако влияние этих оставшихся членов уже не слишком велико и при их учете жесткостью продольных ребер можно пренебречь.

Итак, при достаточно большом числе учет продольных ребер при расчете может быть осуществлен достаточно строго в рамках программы "РОСТ" (не прибегая к "размазыванию" жесткости продольных ребер по поверхности оболочки).

Допустим, наконец, что рассматриваемые оболочки с шарнирным опиранием продольных краев вдоль, продольных ребер жесткости, расставленных через $m$ интервалов, имеют одинаковые переломы поверхности, при этом $r_2^0 = const$ и $r_2 = const$, но $r_2^0 \neq r_2$.

При значительном числе продольных переломов и ребер жесткости, когда для расчета допустимым являются условия (1.40) и (1.41) и при наличии переломов поверхности оболочки в двух направлениях, получается для каждого $i$-го члена разложений искомых функций в одинарные тригонометрические ряды (1.7) независимая от других членов ряда система из 8-ми обыкновенных дифференциальных уравнений. Эта система отличается от системы (1.42) лишь тем, что в ней вместо кривизны $K_2$ следует подставлять выражение обобщенной кривизны:

$$\tilde{K}_2 = K_2 + \bar{\vartheta}_K a_m , \tag{1.44}$$

где $\bar{\vartheta}_K(\beta_K)$ – угол перелома поверхности оболочки в поперечном направлении, а коэффициент $a_m$ определяется первым из выражений (1.43,б). В частном случае, когда $K_2 = 0$ и $K_1 = 0$, поверхность оболочки вырождается в пологий многогранник. Расчет отдельно стоящих пологих многогранников в двойных тригонометрических рядах и при произвольном числе граней изложен в главе II.

# ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА И ОСОБЕННОСТИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ОБОЛОЧЕК СКЛАДЧАТОГО ТИПА НА ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПЛАНЕ ИЗ КРИВОЛИНЕЙНЫХ РЕБРИСТЫХ ПАНЕЛЕЙ

## 1. Особенности напряженного состояния типовой оболочки покрытия при действии равномерно распределенной нагрузки

Изложенный метод и разработанная программа "РОСТ" [11; 23; п.1.27] позволили произвести уточненный расчет оболочек покрытий складчатого типа из цилиндрических ребристых панелей, аналогичных по своей конструкции типовым оболочкам [28]. При этом выявился ряд специфических особенностей в их напряженном состоянии (некоторые из них до сих пор были обнаружены лишь экспериментально [30]). С целью наглядного представления этих особенностей, имеющих практическое значение при проектировании подобных оболочек, приводится сопоставление результатов расчета, на равномерно распределенную нагрузку, следующих четырех вариантов оболочек: 1) гладкая оболочка, очерченная по круговой поверхности переноса и опирающаяся по контуру на жесткие диафрагмы; 2) вписанная в нее складчатая оболочка, имеющая переломы в одном продольном направлении; 3) гладкая оболочка, подкрепленная поперечными ребрами жесткости и опирающаяся по поперечным краям на упругие, а по продольным краям на жесткие диафрагмы; 4) вписанная в нее складчато-ребристая оболочка, имеющая переломы поверхности в местах расположения ребер жесткости (см. также п.1.6 стр,14).

Согласно конструктивному решению, типовые оболочки в многоволновом покрытии, при примыкании их друг к другу, не соединяются между собой и каждая из них деформируется как отдельно стоящая. Это достигается тем, что контурные ребра двух смежных оболочек, опираясь на общую диафрагму в виде сегментной фермы, не стыкуются друг с другом, и соединение их с диафрагмами запроектировано таким образом, чтобы сдвигающие усилия с оболочки на диафрагму передавались только в зоне опорных узлов диафрагм [28]. Для отдельно стоящих оболочек указанные контурные диафрагмы, при определении напряженного состояния в пологих оболочках, можно принимать абсолютно жесткими в своей плоскости и идеально гибкими из плоскости, что соответствует их "шарнирному опиранию". Такое опирание было принято для первых двух схем. Для двух последних (варианты 3 и 4) поперечные диафрагмы принимались упругими (с целью выявления совместной работы оболочки с диафрагмой), но фактическая конструкция диафрагмы в виде сегментной фермы приближенно заменялась эквивалентным криволинейным брусом постоянного сечения (п.1.18), при этом на растяжение (сжатие) и кручение эквивалентно жесткости верхнего пояса диафрагмы, а на изгиб в вертикальной плоскости – эквивалентно жесткости всей диафрагмы как фермы.

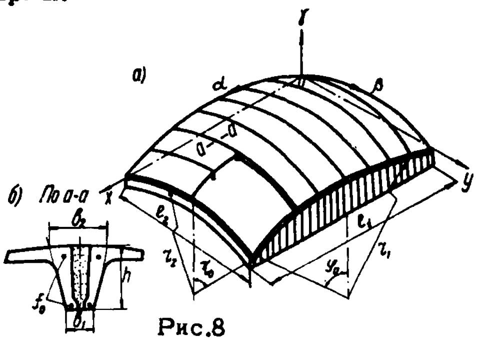


Рис.8

В качестве расчетных были приняты параметры, близкие к реальной конструктивной схеме типовой сборной оболочки (схема оболочки изображена на рис.8).

Продольный пролет $l_1$ =24 м, поперечный $l_2$ = = 18 м, $r_1$ = $r_2$ =29,57 м, бетон марки –300, $E_6$ = =3,15.10$^6$ т/м$^2$; коэффициент Пуассона $\nu$ = 0,15, толщина оболочки $\delta$ =0,03 м.

Площадь сечения, момент инерции, жесткость на кручение и модуль упругости ребер жесткости:

$$F_p = 5{,}16 \cdot 10^{-2}\ м^2; \qquad J_p = 2{,}57 \cdot 10^{-4}\ м^4;$$

$$G^p_{кр} \approx 406\ тм^2; \qquad E_p = 3{,}15 \cdot 10^6\ т/м^2$$

эксцентриситет $e_p$ = 0,1 м.

Площадь сечения, момент инерции, жесткость на кручение, эксцентриситет и модуль упругости торцовых поперечных диафрагм:

$$F_g = 0{,}175\ м^2; \qquad J_g = 0{,}175\ м^4; \qquad G^g_{кр} = 5636\ тм^2;$$

$$e_g = 1{,}31\ м; \qquad E_g = 3{,}5 \cdot 10^6\ т/м^2.$$

Интенсивность равномерно распределенной нагрузки условно принята в 1 т/м$^2$.

Запись исходных данных в порядке ввода в ЭВМ (фигурными скобками обозначены отдельные массивы, см.п.1.29) имеет вид:

1 часть

(1)

```
NZ   +1
N    +10
Z    +1
K    +8
NKT  +15
```

(2)

```
EP   0
VP   0
```

(3)

```
NML  0
```

(4)

```
KX   +10000,0
KY   +10000,0
KZ   +10000,0
KTT  +10000,0
RU   +10,0
RV   +10,0
RW   +10,0
PT   +10,0
```

(5)

```
             0
             0
           + 0,5
           + 0,75
           + 1,0
           + 1,25
           + 1,75
XR [1.15]  + 2,0
           + 2,5
           + 3,0
           + 3,25
           + 3,5
           + 3,75
           + 4,0
           + 8,0
```

(6)

```
          +1
          +1
KC [1:9]  +1
          +1
          +1
          +1
          +1
          +1
          +1
```

(7)

```
R1   0
R10  +29,5723
R2   +29,5723
RD   +28,2644
AL   +18,0
BL   +24,0
FD   +0,175
ID   +0,175
FR   +0,0516
IR   +0,000257
HR   +0,1
```

HO[1:2] +8,0 +0,03 (8)

KP +0,15
ED +3500000,0
ER +3150000,0
CKD +5636,0
CKR +406,0
(9)

MY[1:2] +8,0 +3150000,0 (10)

Q +1,0 (11)

QX 0
QZ 0
QZP 0
QSP 0
PX 0
PS 0
PZ 0
FMP 0
NQ 1
NPM 1
(12)

На печать выдано
BP = +3,0877
NRML = +26010

**II часть**

с адреса 14660

N +10
ZK + 9
n + 8
NKT +15
NML 0
h +0,154385
H + 6

**III часть**

NZ +1
N +10
NKT +15
K + 8
KI +15
(1)

NRML 0 (2)

Аналогично массиву 4 в 1-й части (3)

+1 (4)

Аналогично массиву 7 в 1-й части (5)

H [1:2] +15 +0,03 (6)

Аналогично массиву 9 в 1-й части (7)

E [1:2] +15 +3150000,0 (8)

KL[1:15] +0 +1 +1 +1 +1 0 +1 +1 +1 +1 0 +1 0 +1 0 (9)

Эпюры усилий и прогибов в гладкой и складчатой оболочках, не подкрепленных поперечными ребрами жесткости, приведены на рис.9. Пунктирной линией и цифрами в скобках обозначены эпюры и ординаты для гладкой (вариант 1), сплошной для складчатой (вариант 2). Абсциссы эпюр отложены в координатах плана: x и y.

Эпюры усилий и прогибов в гладкой ребристой и складчатой ребристой оболочках приведены на рис.10 и 11; пунктирной линией и цифрами в скобках обозначены эпюры и ординаты для гладко-ребристой (вариант 3), сплошной для складчатой - ребристой (вариант 4) оболочки.

Как следует из эпюр, приведенных на рис.9, напряженное состояние складчатой оболочки резко отличается от гладкой.

Исключение составляют только усилия $N_1$ и $S$ (рис.9,а и б).

Изгибающие моменты $M_1$, поперечные усилия $Q_1$ различаются количественно и качественно, причем в складчатой оболочке они распространяются на все поле оболочки.

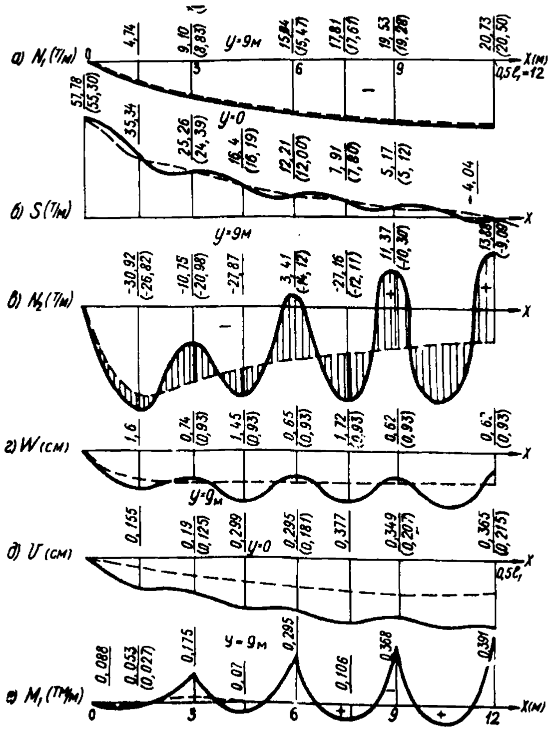



Рис.9

Прогибы $w$ (рис.9,г) в складчатой оболочке, в местах сопряжения граней, меньше, а посередине ширины граней больше, чем в гладкой оболочке. Эпюра прогибов колеблется относительно соответствующей эпюры прогибов гладкой оболочки.

Тангенциальные перемещения $v$ увеличиваются в складчатой оболочке более чем в 1,5 раза, при этом эпюра этих перемещений приобретает колебательный характер.

Особенно резко различаются нормальные усилия $N_2$ (рис.9,в) по продольным сечениям оболочки. В складчатой конструкции без ребер, вдоль переломов поверхности, вместо сжатия возникают растягивающие усилия (что впервые было обнаружено в экспериментах [12]), в то же время в средних зонах граней резко возрастают сжимающие усилия $N_2$ по сравнению с гладкой оболочкой. При этом эпюра, образованная разностью эпюр $N_2$ для складчатой и гладкой оболочек (заштрихованная часть эпюры на рис. 9,в), должна быть самоуравновешена (что может служить статической проверкой расчета), поскольку складчатость поверхности оболочки, вписанной в гладкую, приводит лишь к перераспределению усилий $N_2$ по продольному сечению.

Физическое объяснение появления растяжения вдоль переломов поверхности изложено в [8].

Из сопоставления эпюр усилий для гладкой ребристой оболочки вариант 3 (рис.10) с предыдущими двумя – варианты 1 и 2 (рис.9) следует:

Усилия $N_1$ по-прежнему почти не меняются, зато сдвигающие усилия $S$ приобретают характерный для ребристых оболочек скачкообразный (в местах расположения ребер) характер изменения. На участке между ребрами в эпюре $S$ наблюдаются локальные колебания, что ни в одной из работ, посвященных расчету ребристых гладких оболочек, подмечено не было.

Эпюры изгибающих моментов (рис.10,г) и поперечных усилий $Q_1$ хотя и существенно отличаются от соответствующих для гладкой оболочки, однако по сравнению с аналогичными эпюрами в складчатой оболочке это отличие менее значительно.

Разница в прогибах гладкой оболочки с ребрами и без ребер существенна только в приконтурных зонах; к середине это различие уменьшается (рис.9,г и 10,д).

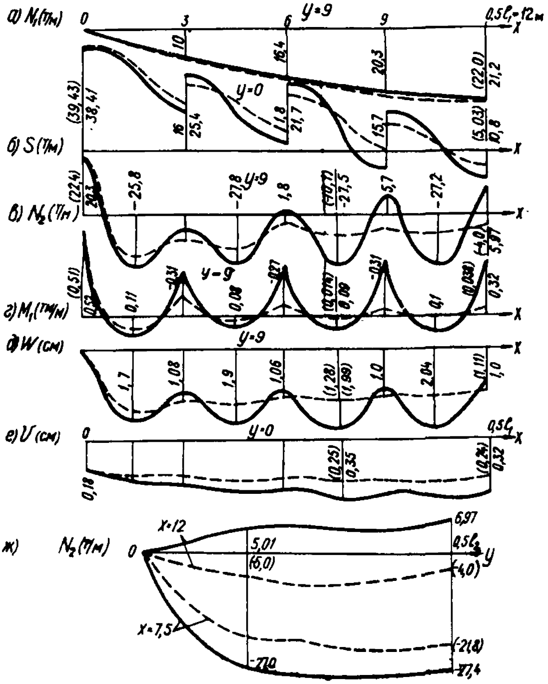


Рис.10

Несколько уменьшились в ребристой оболочке тангенциальные перемещения. Как и в складчатой оболочке (рис.9,в, сплошная линия), эти перемещения в пределах ширины грани складок несколько увеличиваются, поскольку ребра препятствуют перемещениям точек поверхности оболочки.

Характер изменения в эпюре нормальных усилий $N_2$ (рис.10,в, пунктирная и 9,в, сплошная линия) такой же, как в складчатой, но менее ярко выражен. Здесь усилия остаются сжимающими вдоль всей оболочки, за исключением приконтурной зоны у торцевого поперечного, бортового элемента.

Эпюры осевых усилий $N_p$ и моментов $M_p$ в ребрах приведены на рис.11,б,в (пунктирная линия). Согласно этим эпюрам, в приконтурной зоне в ребрах возникают растягивающие усилия (рис.11,б), причем зона растяжения и величина растягивающих усилий возрастают к среднему ребру. Однако, как следует из рассмотрения эпюры $N_2$ (рис.10,ж, пунктирная линия), в оболочке верхние волокна ребер сжаты по всей длине, что связано с эксцентричностью расположения ребер жесткости по отношению к срединной поверхности оболочки. В результате этого, в указанных местах изгибные напряжения сжатия превалируют над растяжением ребра от осевых усилий. Таким образом, если пренебречь, при расчете, эксцентриситетом ребер (как это нередко делается для упрощения расчета), то в приконтурных участках оболочки вблизи ребер получится растяжение (в рассматриваемом случае граничных условий), в то время как на самом деле здесь будет иметь место сжатие (рис.10,ж,пунктирная линия). Наличием растягивающих усилий в ребрах жесткости объясняется пилообразный характер изменения эпюры сдвигающих усилий вдоль продольного контура. Поскольку величина скачка в эпюре $S$ равняется производной от функции изменения осевых сил в ребре,то подобный характер эпюр $S$ по продольным сечениям по мере удаления от контура сохраняется вплоть до сечения с максимальным значением растягивающего усилия в средних ребрах, а затем он становится ступенчатым.

При нагрузке,соответствующей первому члену ряда (как это имело место в работе [6]), осевые усилия в ребрах оказываются сжимающими вдоль всей его оси, вследствие чего получается только ступенчатый характер эпюр сдвигающих усилий, поэтому расчетом оболочки с удержанием только одного члена ряда (как это нередко выполняется с целью упрощения) нельзя ограничиваться.

Природа появления растягивающих усилий в ребрах та же, что и в случае переломов поверхности в складчатой оболочке [8].

Изменение поперечных изгибающих моментов $M_2$ (рис.11,д) на участках между ребрами носит характер краевого эффекта, а возле ребер моменты $M_2$ распространяются далеко вглубь оболочки, но значительно снижаются по величине.

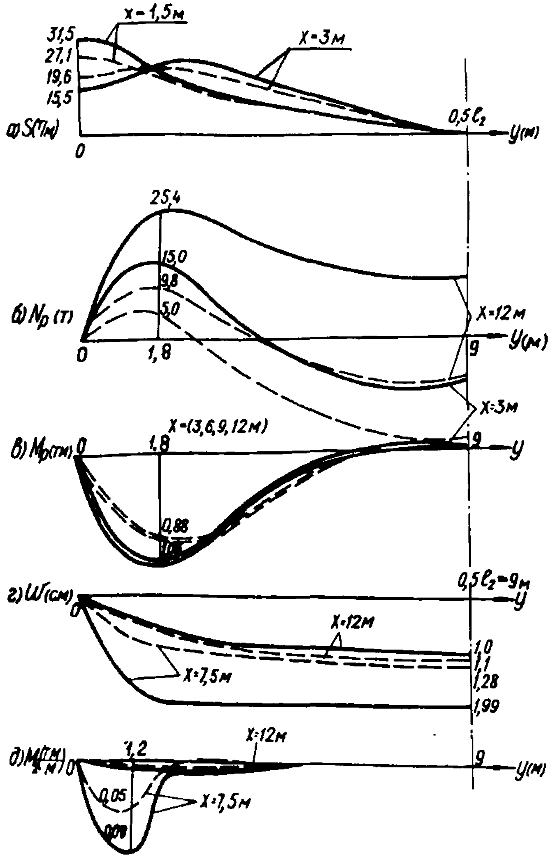



Рис. 11

Из сопоставления эпюр усилий для складчатой ребристой оболочки – вариант 4 (рис.10 и 11, сплошная линия) с остальными тремя следует:

1. Изменение продольных усилий $N_1$ вдоль оболочки, в сечении по шалыге, остается неизменным (рис. 10,а и 9,а).

2. Сдвигающие усилия S изменяются (рис. 10,б) более резко по сравнению с гладко-ребристой оболочкой. Амплитуды скачков в сечениях с ребрами увеличились более чем вдвое.

3. Изгибающие моменты $M_1$ и поперечные усилия $Q_1$ качественно изменяются аналогично всем трем предыдущим случаям. Однако своеобразным является их

количественное изменение. Так как ребра жесткости и складчатость поверхности, каждое в отдельности, приводят к появлению качественно идентичного характера изменения моментов $M_1$ и поперечных усилий $Q_1$, то казалось бы, что результирующие эпюры от воздействия двух этих факторов, по величине, должны превышать соответствующие эпюры для складчатой оболочки без ребер (вариант 2). Однако это справедливо для значений моментов и поперечных усилий лишь в зоне, близкой к крайнему поперечному ребру. В остальной части оболочки значения эпюры моментов $M_1$ и поперечных усилий $Q_1$, даже наоборот, несколько уменьшились по величине. Таким образом, постановка ребер жесткости в складчатой оболочке привела к эффекту, обратному тому, который имел место в гладкой оболочке.

Аналогичный характер количественных изменений наблюдается в эпюре прогибов $w$ (рис.10,д, сплошная линия). Прогиб всех ребер, за исключением крайних, вместо ожидаемого уменьшения в складчатой ребристой оболочке, увеличился. Прогиб по середине граней (между ребрами) практически не изменился. Таким образом, относительная разность прогибов точек, расположенных по ребрам и посередине между ними, уменьшилась по сравнению со складчатой оболочкой без ребер и с гладкой ребристой оболочкой.

Тангенциальные перемещения $v$ (рис.10,а) по сравнению со складчатой оболочкой без ребер уменьшились, однако относительная разность перемещений точек по ребрам и по середине граней, у крайнего продольного сечения оболочки, увеличилась.

Картина количественных изменений в распределении нормальных усилий $N_2$ по продольным сечениям оболочки (рис.10,в, сплошная линия) также обладает отмеченной особенностью. Растягивающие усилия (при наличии ребер) в зоне переломов поверхности, в средней части оболочки по сравнению со складчатой конструкцией без ребер (рис.10,в и 9,в, сплошная линия) уменьшились вдвое.

Существенно возросли осевые растягивающие усилия в ребрах (рис.11,б, сплошная линия) по сравнению с ребрами в гладкой оболочке (вариант 3).

Причина возникновения отмеченной выше особенности и связанных с ней явлений может быть выяснена при совместном рассмотрении картины деформации складчатой (рис.9, сплошная линия), гладко-ребристой (рис.10 и 11, пунктирная линия) и складчато-ребристой (рис.10, 11, сплошная линия) оболочек. Тангенциальные перемещения в складчато-ребристой оболочке по сравнению с гладко-ребристой значительно увеличились. В результате воздействие оболочки на ребра возросло: она стала их еще больше растягивать, что привело к увеличению в них осевых растягивающих сил $N_p$ (рис.11,б). Вместе с тем, резкое увеличение смещения опорных точек, при относительно малой тангенциальной деформативности ребер, сопровождается их естественным стремлением выпрямиться. При этом складчатая оболочка особенно в средней зоне, в отличие от гладкой, оказалась как бы пригруженной ребрами жесткости, вследствие чего прогибы точек линий переломов в складчато-ребристой оболочке возросли (рис.10,д), а не уменьшились, по сравнению с прогибами складчатой оболочки (рис.9,г) как этого, казалось бы, следовало ожидать. В результате, указанной изгибной деформации ребер растягивающие напряжения в их верхних волокнах и, следовательно, усилия $N_2$ в оболочке (рис.10,в, 10,ж и 9,в) уменьшились.

## 2. Особенности напряженного состояния типовой оболочки покрытия при действии сосредоточенной нагрузки

Для иллюстрации особенностей напряженного состояния сборных оболочек, аналогичных типовым, при воздействии сосредоточенных нагрузок, от подвесного транспорта, приложенных к ребрам жесткости, приводится сопоставление результатов расчета по программе "РОСТ" следующих двух вариантов оболочек размером 18х24 м:

1) Гладкая оболочка с поперечными ребрами жесткости, опирающаяся по поперечным краям на упругие диафрагмы в виде сегментных ферм и по продольным краям на жесткие диафрагмы.

2) Вписанная в нее складчато-ребристая оболочка из цилиндрических панелей с переломами поверхности в продольном направлении. Геометрические и жесткостные параметры оболочек те же, что и в п.1 (стр.51).

Сосредоточенные усилия прикладывались симметрично по нормали к среднему ребру жесткости на расстоя -

нии около 3 м от края, (1/6 дуги поперечного сечения от продольных краев (рис.12,а). Эпюры усилий и прогибов приведены на рис.12,пунктирной линией под номером 1 для гладко -ребристой и сплошной под номером 2 - для складчато-ребристой оболочки.

Эпюры нормальных усилий $N_1$ и $N_2$ моментов $M_1$ и $M_2$ , прогибов $w$ в обоих случаях имеют локальный характер,затухая в продольном направлении на участке ширины двух граней и на таком же расстоянии примерно в 6 м в поперечном направлении.

Усилия и моменты в среднем ребре распространяются на всю длину. В целом напряженно-деформированное состояние складчато-ребристой оболочки оказывается более благоприятным по сравнению с гладко-ребристой. Особенно значительно изменяются осевые усилия $N_p$ , в среднем ребре, где в точке под силой величина возникающего растягивающего усилия, при отсутствии переломов, в два раза больше, чем при их наличии (рис. 12,л).

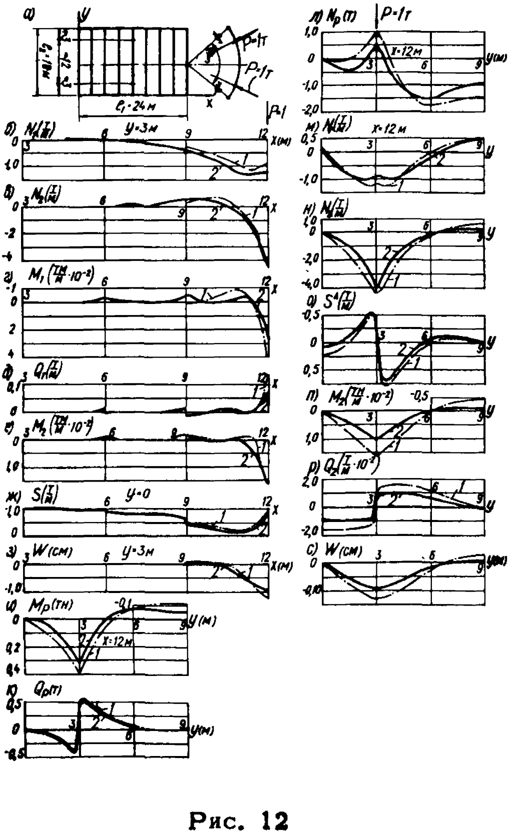


Рис. 12

Характерной особенностью эксцентричного примыкания ребер является то, что в то время, как в ребре под сосредоточенной нагрузкой возникает осевое усилие растяжения (рис.12,л), в соседних точках оболочки осевые усилия $N_1$ и $N_2$ оказываются сжимающими (рис.12,м, н), так же как усилия в верхней фибре ребра под влиянием изгибающего момента $M_P$.

Дополнительный анализ показывает, что длину зоны затухания усилий в плите оболочки (обозначенную – $2d_к$) из цилиндрических панелей от сосредоточенной или полосовой нагрузок, приложенных к поперечному ребру, при окаймлении оболочки достаточно жесткими диафрагмами, можно, приближенно, определить по формуле простого краевого эффекта [31]:

$$2d_к = \frac{2\pi}{\lambda}; \qquad \lambda = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{\delta^2 r_2^2}}.$$

При размерах оболочки, описанных в п.1, получается $\lambda = 1{,}39$; $2d_к \approx 4{,}5$ м, то есть величина $2d_к$ примерно равна ширине двух граней.

## 3. Учет влияния постепенности монтажа на окончательное распределение усилий в сборных типовых оболочках

В целях индустриализации возведения типовых оболочек покрытий предусмотрена сборка их из отдельных укрупненных монтажных секций [28], которые представляют собой гибкие арки значительных размеров и веса. Для обеспечения дополнительной жесткости на монтаже арки снабжаются временными инвентарными затяжками площадью сечения – $F_з$ (рис.13), которые удаляются после окончания монтажа (схема монтажных затяжек, изображенная на рис.13,а, условная и отличается от разработанных в проекте типовых оболочек, что, однако, не влияет на излагаемый здесь порядок расчета конструкции, учитывающий начальные монтажные усилия).

Монтажные секции после установки их на продольные диафрагмы воспринимают нагрузку от собственного веса, как арки (или короткие цилиндрические оболочки), получая, таким образом, еще до включения в пространст –

венную систему, начальные напряжения и деформации. В то же время (до набора бетоном замоноличивания стыковых швов между секциями необходимой прочности) продольные диафрагмы, на которые устанавливаются монтажные секции, воспринимают приложенную к ним нагрузку и собственный вес, как обыкновенные фермы (арки). При достаточно большом весе и гибкости монтажных секций начальные напряжения могут оказаться в них весьма значительными.

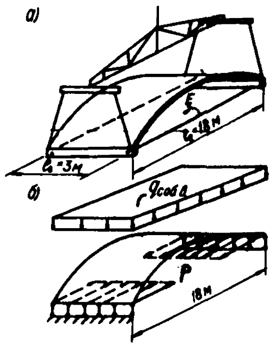



Рис.13

Поскольку продольные диафрагмы, на которые устанавливаются монтажные арки, при расчете, в программе "РОСТ" считаются абсолютно жесткими в вертикальной плоскости, то напряженное состояние в близких к ним зонах определяется с известной погрешностью. На этом основании при выборе расчетной схемы монтажной секции стержневые затяжки можно заменить эквивалентной им по площади – $F_м = (2F_з)/l_o$ мембраной (рис.13б). Согласно принципу Сен-Венана погрешность будет локализована в той же приконтурной зоне.

Расчет сборных оболочек из цилиндрических панелей с учетом монтажа рекомендуется выполнять в следующем порядке:

1. методом сил рассчитывается монтажная секция, как арка с затяжкой (или по программе "РОСТ" как короткая цилиндрическая оболочка, подкрепленная мембраной, заменяющей затяжку), на равномерно распределенную вертикальную нагрузку $q_м$, равную (в соответствии с инструкцией [9]) половине собственного веса и приведенной монтажной нагрузке, а также на горизонтальную нагрузку $p_н$ от задаваемого преднапряжения затяжек, обеспечивающего начальное обжатие и строительный подъем монтажной секции;

2. по программе "РОСТ" рассчитывается складчато-ребристая оболочка на равномерно распределенную вертикальную нагрузку, равную разности полной нагрузки и монтажной ($q - q_м$);

3. по программе "РОСТ" рассчитывается складчато-ребристая оболочка на равномерно распределенную горизонтальную полосовую нагрузку $p$, приложенную симметрично вдоль продольных краев оболочки, равную по величине распору монтажных арок, рассчитанных в соответствии с п.1;

4. полное напряженно-деформированное состояние определяется суммированием результатов расчета по пунктам 1–3.

Для иллюстрации эффекта влияния принятого способа монтажа на напряженное состояние сборных типовых оболочек приводится сопоставление результатов расчета по программе "РОСТ", сборной оболочки 18х24 м, с упругими поперечными диафрагмами при учете и без учета последовательности монтажа. Параметры оболочки те же, что в п.1. Полная нагрузка на оболочку принята $q$ = 0,55 т/м$^2$, монтажная на секцию $q_м$ = 0,075 т/м$^2$. Усилие преднапряжения в монтажной затяжке $P_к$ = 0,4 т. Эпюры усилий и прогибов приведены на рис.14 сплошной линией при учете последовательности монтажа, пунктирной – без учета. Как следует из их рассмотрения, произошло некоторое перераспределение внутренних усилий в оболочке: изгибные факторы $M_1$ (рис.14,д) и $\bar{Q}_1$ (рис.14,е) уменьшались (в зонах переломов примерно на 10%). Усилия $N_2$ (рис.14,г) уменьшились в зонах переломов вдвое, но несколько возросли в пределах средних участков граней. Значительно увеличились прогибы $w$ (рис.14,ж). Как и в предыдущих расчетах, наиболее чувствительными ко всякого рода изменениям оказались внутренние усилия в ребрах: осевые усилия $N_р$ (рис.14,а) возросли на 50%, поперечные силы $Q_р$ на 10%. Следует отметить, что принятая величина нагрузки, с точки зрения целей проведенного исследования, является наименее характерной, так как собственный вес конструкции составляет в ней относительно большой процент – 27% . При значениях унифицированных нагрузок (0,38 т/м$^2$, 0,45 т/м$^2$) отмеченные изменения, связанные с порядком монтажа, возрастут.

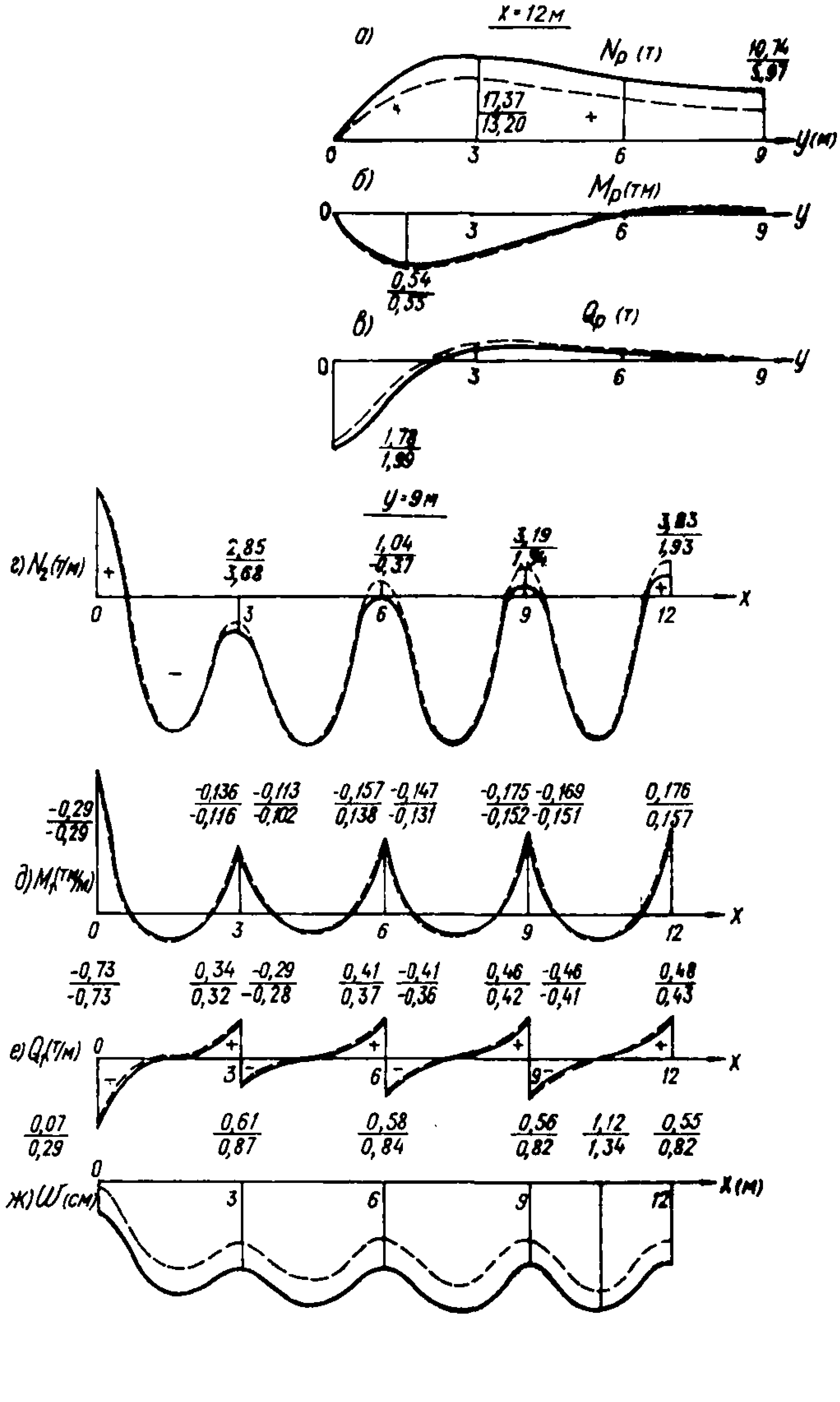

x = 12м
а)
$N_p$ (т)
10,74
5,97
17,37
13,20
б)
$M_p$ (тм)
0,54
0,55
в)
$Q_p$ (т)
1,78
1,99
y = 9м
г) $N_2$ (т/м)
2,85
3,68
1,04
-0,37
3,19
3,83
1,93
д) $M_1$ (тм/м)
-0,29
-0,29
-0,136
-0,116
-0,113
-0,102
-0,157
0,138
-0,147
-0,131
-0,175
-0,152
-0,169
-0,151
0,176
0,157
е) $Q_1$ (т/м)
-0,73
-0,73
0,34
0,32
-0,29
-0,28
0,41
0,37
-0,41
-0,36
0,46
0,42
-0,46
-0,41
0,48
0,43
ж) W (см)
0,07
0,29
0,61
0,87
0,58
0,84
0,56
0,82
1,12
1,34
0,55
0,82
x (м)

Рис.14

## 4. Особенности напряженного состояния оболочек складчатого типа в зависимости от различной формы искривления граней и от величины углов перелома поверхности

Для наглядного представления эффекта влияния начальных искривлений по ширине сборных панелей, на напряженное состояние всей оболочки, приводится сопоставление результатов расчета по программе "РОСТ", пяти вариантов поверхности граней оболочки без ребер жесткости, с условными размерами – $l_1 = l_2 = 3$ м, $r_1 = r_2 = 4{,}05$ м; $\delta = 1$ см ( $r_1^o$ – переменная величина):

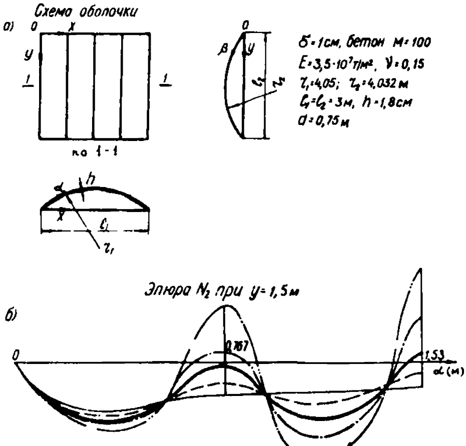



Рис. 15

1. Гладкая оболочка при $r_1 : r_1^o = 1$ и $h = 0$, где $h$ – стрела превышения гладкой, описывающей поверхности над гранями и вписанной складчатой (рис. 15,а).

2. Складчатая из 4-х вспарушенных панелей, при $r_1 = r_1^o = 0{,}55$,

$$h = \delta .$$

3. Складчатая из 4-х цилиндрических панелей, при $r_1 = r_1^o = 0$

$$( r_1^o = \infty ); \quad h = 1{,}8\delta .$$

Этот основной вариант (рис.15,а) представляет собой испытанную в НИИЖБ модель оболочки [ 30 ].

Таблица 2

Значение ординат $N_2$ т/м в сечении, $y = 1{,}5$ м

| Тип оболочки / $\alpha$ (м) | Гладкая оболочка | Из цилиндрических панелей | Из вспарушенных панелей | Из вогнутых панелей | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $h = 0$ | $h = 1{,}8$ см | $h = 1 < 1{,}8$ | $h = 2{,}8 > 1{,}8$ | $h = 3{,}6 > 1{,}8$ |
| 0,19 | -3,18 | -3,76 | -3,47 | -3,83 | -4,04 |
| 0,328 | -3,49 | -4,35 | -3,9 | -4,55 | -5,03 |
| 0,575 | -2,93 | -2,76 | -2,86 | -2,68 | -2,81 |
| 0,767 (перелом) | -2,54 | -0,35 | -1,52 | 0,91 | 3,78 |
| 0,92 | -2,35 | -2,29 | -2,32 | -2,37 | -2,64 |
| 1,07 | -2,20 | -4,02 | -3,04 | -4,98 | -6,47 |
| 1,15 | -2,15 | -4,21 | -3,09 | -5,27 | -6,88 |
| 1,23 | -2,1 | -3,88 | -2,91 | -4,83 | -6,28 |
| 1,38 | -2,03 | -1,58 | -1,82 | -1,44 | -1,41 |
| 1,53 (перелом) | -2,01 | 1,03 | -0,6 | 2,9 | 6,58 |

4) Складчатая оболочка из 4-х вогнутых панелей при

$$r_1 : r_1^\circ = -0{,}55; \qquad h = 2{,}8\,\delta .$$

5) Складчатая из 4-х вогнутых панелей, при $r_1 : r_1^\circ = -1$, $h = 3{,}6\,\delta$.

При этом для основного (3-го) варианта ширина граней $l_0 = 0{,}75$ м и превышение $h$ в долях толщины составляет $h = 1{,}8\,\delta$, что примерно совпадает с превышением для типовых оболочек 24х18 м, у которых $h = 1{,}7\,\delta$ ( $h = 5{,}2$ см, $\delta = 3$ см).

Во всех вариантах опирание оболочки по контуру рассматривалось шарнирным, нагрузка равномерно распределенной $q = 1$ т/м$^2$.

Для перечисленных пяти вариантов на рис.15,б и в табл.2 приведены эпюры и ординаты нормальных усилий $N_2$ по среднему продольному сечению оболочки, из которых видно, что в центре складчатой оболочки из цилиндрических панелей возникает растяжение, которое резко возрастает даже при небольшой вогнутости панелей, и переходит на сжатие при небольшой вспарушенности.

Вид эпюры $N_2$ (рис.15,б) в оболочке с переломами принимает волнообразный характер, при этом независимо от очертания граней по их ширине и величины угла переломе между ними, все эпюры (при одинаковой толщине и ширине граней) пересекают эпюру гладкой оболочки в одних и тех же точках.

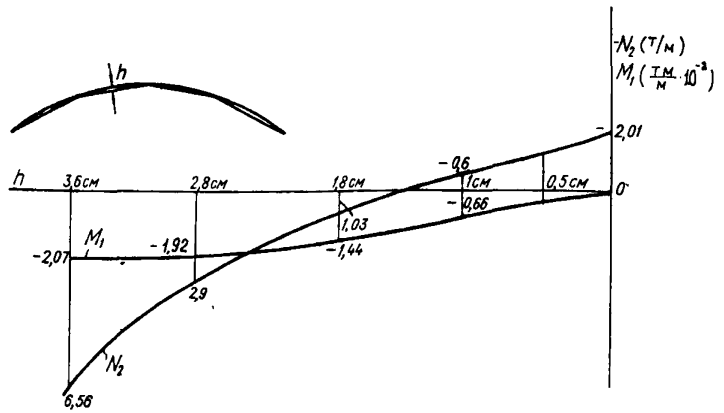



Рис. 16

На рис.16 приведены кривые изменения усилия $N_2$ и момента $M_1$ в вершине оболочки для тех же пяти вариантов, откуда видно, что если панель слегка выпукла по отношению к цилиндрической, то возмущения в отношении безмоментных и моментных факторов сразу сглаживаются и резко возрастают при небольшой начальной вогнутости. Так, если начальная вспарушенность панелей $\Delta h$ над цилиндрическими составляет всего $\Delta h \approx 0{,}8\delta$, то растягивающее усилие в шалыге оболочки меняет знак на сжатие, а отрицательный момент $M_1$ в этой же точке падает почти в три раза. В гладкой оболочке при $\Delta h = 1{,}8\,\delta$ этот момент становится равным нулю. (рис.16). Наоборот, если имеет место выгиб цилиндрической панели, то при $\Delta h = -\delta$ растягивающее усилие в вершине возрастает почти в три раза и момент в полтора раза, а при $\Delta = -1{,}8\,\delta$ растягивающее усилие в той же точке увеличивается более чем в шесть раз, а момент примерно в полтора раза, то есть особенно резко с увеличением выгиба панелей возрастают растягивающие нормальные усилия. Лишь при весьма малых выгибах, порядка $h/l_0 = 0{,}5/75 \approx 1/150$, возмущения в эпюрах усилий $N_2$ и моментов $M_1$ становятся невелики.

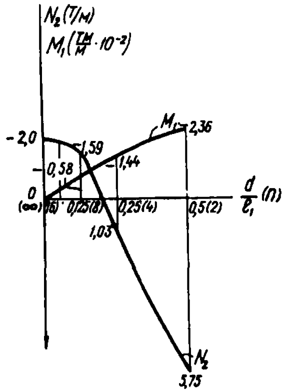



Рис.17

Для иллюстрации эффекта влияния величины углов перелома поверхности и числа граней на напряженно-деформированное состояние складчатой оболочки из цилиндрических панелей на рис.17 приводятся кривые изменения нормального усилия $N_2$ и момента $M_1$ в вершине оболочки, с размерами, указанными в п. 4, при различном числе граней – $n$.

Из рассмотрения этих кривых следует, что при отношении $\delta / r_1 = 1/400$ переломы поверхности в складчатой оболочке (без ребер жесткости) можно не учитывать при числе граней $n_{max} > 8 \div 10$ и угле перелома $\varphi_{min} < 5^{\circ} \div 6^{\circ}$.

На основании этого результата можно дать приближенную оценку и для реальных, в частности типовых оболочек, для которых в среднем $\delta/r_1 \approx 1/1000$.

Принимая приближенно линейную интерполяцию, можно составить пропорцию $(\delta/r_1 = 1/400):(\delta/r_1 = 1/1000) = 6^\circ : \vartheta_{min}$, откуда для реальных оболочек $\vartheta_{min} \approx 2{,}5^\circ$ и соответственно для оболочек с пролетами $l_1 = 24\text{–}30$ м, $n_{max} \approx 16\text{–}20$.

## 5. Некоторые выводы и рекомендации по расчету и проектированию

1. В пологих прямоугольных оболочках складчатого типа с цилиндрическими гранями складчатость поверхности ухудшает напряженное состояние оболочки на действие основной равномерно распределенной нагрузки по сравнению с гладкой оболочкой, очерченной по поверхности переноса, в которую вписывается данная поверхность складчатого типа (п.1), при этом существенно изменяются не только моменты, но и нормальные усилия. В частности, продольные моменты $M_1$ распространяются на всю поверхность оболочки, а нормальные усилия $N_2$ в зонах переломов становятся растягивающими.

2. Наличие поперечных ребер жесткости при гладкой поверхности приводит к тем же эффектам, какие возникают от наличия одних только переломов поверхности (п.1), но по абсолютной величине эти эффекты (при реальных размерах ребер) оказываются меньшими, нормальные усилия $N_2$ всюду могут остаться сжатыми.

3. Несмотря на то, что наличие поперечных переломов поверхности и поперечных ребер жесткости по отдельности вызывает при равномерно распределенной нагрузке возмущение и ухудшение в напряженном состоянии оболочек складчатого типа, одновременное наличие тех и других факторов не суммируется, а наоборот, приводит к сглаживанию возмущенного состояния сборных оболочек (п.1), поэтому наличие в типовых оболочках [28] вдоль перелома поверхности ребер жесткости является благоприятным фактором.

4. Наоборот, при действии сосредоточенных и полосовых нагрузок, приложенных к ребрам жесткости, наличие переломов поверхности улучшает напряженное состояние

оболочки (п.2). Поэтому рациональность конструктивной формы в виде типовых оболочек возрастает при наличии подвесного транспорта и с увеличением его грузоподъемности.

5. Начальные отклонения в гладкой оболочке в виде вмятин, с образованием по их контурам переломов, могут привести к возмущениям в напряженном состоянии, аналогичным тем, которые возникают в оболочках складчатого типа. Приближенный анализ показал (п.4), что эти возмущения можно не учитывать в расчете на прочность, если максимальная стрела вмятины не превышает примерно 1/150 ее длины.

6. При изготовлении цилиндрических панелей следует опасаться начальных отклонений, образующих по ширине панелей вогнутые вмятины, которые могут существенно ухудшать напряженное состояние оболочки, поэтому целесообразно выполнять панели слегка вспарушенными в поперечном направлении, придавая им подъем (0,3÷0,5) от толщины оболочки (п.4).

7. В отношении типовых и подобных им оболочек с размерами 18х24, 18х30, 24х24 м и больших пролетах, при ширине цилиндрических панелей в 3 м, несмотря на получающийся малый угол перелома поверхности между ними, в $5^{o}-6^{o}$, эти переломы следует учитывать при расчете на распределенные нагрузки, так же как и дискретное расположение поперечных ребер жесткости (п.1-4), для чего рекомендуются изложенный метод и программа "РОСТ".

Приближенный анализ показал, что при ширине цилиндрических панелей и шаге ребер жесткости в 1,5 м и углах перелома в $2,5\div3^{o}$ эти переломы можно не учитывать, а ребра жесткости при расчете размазывать, заменяя ребристую оболочку расчетной моделью, в виде ортотропной гладкой.

8. При расчете ребристых оболочек необходимо учитывать эксцентриситет ребер, пренебрежение которым приводит к значительной погрешности в определении усилий, особенно в приконтурной зоне (п.п.1,2).

9. При расчете сборных оболочек из цилиндрических панелей на сосредоточенные и полосовые нагрузки, приложенные к поперечным ребрам, следует учитывать переломы поверхности оболочки, при этом поскольку напряженное состояние носит локальный характер и затухает на участке в 1,5-2 грани (п.2), то при наличии достаточно

жесткого по периметру оболочки контура (в виде ферм, арок) можно включить в расчет не всю длину оболочки, а лишь участок протяженностью в две грани, по обе стороны от загруженного ребра и окаймленного поперечными ребрами, эквивалентными по жесткости торцевым диафрагмам. Указанная длина участка может быть приближенно подсчитана также по формуле (п.2).

При выполнении расчета такой укороченной оболочки на сосредоточенные нагрузки по программе "РОСТ" на ее торцах все усилия можно принять равными нулю.

10. Как показали дополнительные исследования, значения усилий и прогибов в типовых пологих оболочках сравнительно мало изменяются, если изменять радиусы кривизн дуг продольного и поперечного сечений описываемой поверхности переноса, в пределах до 15÷25% и при условии, что среднее значение этих кривизн $H = 0,5(K_1+K_2)$ остается неизменным.

11. При проектировании оболочек складчатого типа, в предположении их монтажа из сборных элементов значительных размеров и веса, необходимо учитывать влияние постепенности монтажа укрупненными блоками. Порядок расчета оболочки при этом следует принимать в соответствии с п.3 приложения 1.

Глава 2

# ОБОЛОЧКИ ВИДА ВЫПУКЛЫХ МНОГОГРАННИКОВ

## Общие положения

2.1. Известно, что оболочки являются наиболее эффективными, по расходу материалов, конструкциями большепролетных покрытий и покрытий зданий с крупной, сеткой колонн. Осуществление оболочек в сборном железобетоне для массового строительства промышленных зданий с учетом специфических нагрузок от подвесного транспорта подвесных потолков и др. естественно должно привести к расширению понятия "оболочка". Так, представление об оболочках, как кривых пластинах, срединная поверхность которых описывается гладкими функциями, вызвано главным образом тем обстоятельством, что оболочки, как несущие элементы конструкций, рассчитывались на равномерно распределенные нагрузки. Так как поверхность давления от распределенных нагрузок почти совпадает со срединной поверхностью оболочки положительной Гауссовой кривизны, значительные ее участки подвержены наиболее выгодному, с точки зрения использования материала, безмоментному напряженному состоянию. Но в промышленных зданиях покрытия, как правило, загружаются также значительными сосредоточенными усилиями, регулярно расположенными в определенных точках оболочки. Такого рода нагрузки относятся к основным и они должны существенно влиять на определение поверхности давления, которая, как очевидно, от сосредоточенных нагрузок будет представлять собою выпуклый многогранник. Отсюда тела, срединная поверхность которых очерчена по форме многогранника, также можно рассматривать как оболочки. Следовательно, оболочки как несущие элементы пространственных покрытий в тех случаях, когда превалируют сосредоточенные нагрузки, должны быть очерчены по поверхностям выпуклых многогранников. Это положение весьма гармонично согласуется с вопросами технологии изготовления сборных железобетонных элементов таких оболочек.

Совершенно очевидно, что наиболее простыми в изготовлении являются плоские железобетонные изделия.

Положив в основу только эти существеннейшие обстоятельства, можно заключить, что оболочки вида выпуклых многогранников заслуживают внимания.

Оболочки, имеющие форму многранников, впервые были предложены на Украине еще в 30 годах проф.Беляковым Ф.А. [10]. Способ их возведения в монолитном железобетоне не имел особых преимуществ по сравнению с возведением оболочек, очерченных по гладким поверхностям, а для покрытий промышленных зданий они применялись в единичных случаях. Очевидно, по этой причине оболочки в форме многогранников распространения не получили.

В настоящее время практика строительства оболочек из сборного железобетона убедительно показала, что экономически более целесообразно проектировать их из плоских сборных элементов, т.е. в виде выпуклых многогранников или оболочек, образованных из цилиндрических панелей.

Разработкой таких видов оболочек и их исследованиями занимаются ЦНИИСК им.Кучеренко и МИСИ им.Куйбышева [2], НИИЖБ [9], ЦНИИПромзданий и Ленпромстройпроект [8], ПИ-1, Институт строительной механики и сейсмостойкости Академии наук Грузинской ССР [1].

Рекомендации посвящены теоретической стороне вопроса – изложению метода расчета оболочек вида выпуклых многогранников. В качестве уравнений, положенных в основурасчета,приняты уравнения В.З.Власова, записанные относительно силовой функции $F(x, y)$ и функции прогиба $w(x, y)$ [3]. Эти уравнения получены на основе теории оболочек, срединная поверхность которых представляет гладкую пологую поверхность. А.Г.Назаров показал, что эти уравнения могут быть использованы и для расчета оболочек с изломами срединной поверхности, если по линиям изломов ввести сосредоточенные кривизны [7]. Основные положения этой работы использованы при разработке методов расчета оболочек,имеющих форму выпуклых многогранников. Следует заметить, что методика расчета граненых оболочек имеет много общего с приближенным методом расчета оболочек, подкрепленными ребрами. Этим расчетам также уделено внимание в настоящей главе.

## Геометрия пологой граненой поверхности

2.2. Будем рассматривать выпуклый многогранник как поверхность переноса, т.е. поверхность, представляемую уравнением (рис.18):

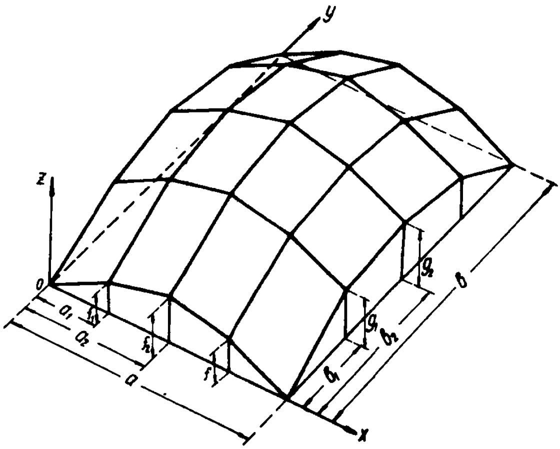



Рис. 18

$$z(x,y) = z(x) + z(y), \tag{2.1}$$

где

$$z(x) = \alpha_0 x\, 1(a_1 - x) + \sum_{n=1}^{i-1}\left[f_n + \alpha_n (x - a_n)\right]\left[1(x-a_n) - 1(x - a_{n+1})\right] + \left[f_i + \alpha_i (x - a_i)\right] 1(x - a_i), \tag{2.2}$$

$$z(y) = \beta_0 y\, 1(b_1 - y) + \sum_{m=1}^{j-1}\left[g_m + \beta_m (y - b_m)\right]\left[1(y - b_m) -\right.$$

$$- 1(y - b_{m+1})\Big] + \Big[g_j + \beta_j (y - b_j)\Big] 1(y - b_j).,$$

$$\alpha_0 = \frac{f_1}{a_1}; \quad \alpha_n = \frac{f_{n+1} - f_n}{a_{n+1} - a_n};$$

$$\alpha_i = -\frac{f_i}{a - a_i}; \quad \beta_0 = \frac{g_1}{b_1} \text{ и т. д.}$$

$1(x - a_n)$, $1(y - b_m)$ – единичные функции Хевисайда;

$i, j$ – количество вершин контурных кривых, лежащих соответственно в плоскостях $OXZ$; $OYZ$;

$f_n, g_m$ – соответственно опиикаты этих вершин.

Первые производные выражений $Z(x)$, $Z(y)$ по соответствующим переменным дают угловые коэффициенты ломаных координатных линий на поверхности или (что в данном случае то же) – тангенсы углов наклона граней многогранника

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \alpha_0 1(a_1 - x) + \sum_{n=1}^{i-1} \alpha_n \Big[1(x - a_n) - 1(x - a_{n+1})\Big] + \alpha_i 1(x - a_i), \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \beta_0 1(b_1 - y) + \sum_{m=1}^{j-1} \beta_m \Big[1(y - b_m) - 1(y - b_{m+1})\Big] + \beta_j 1(y - b_j),$$

а вторые производные – главные кривизны

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \simeq K_1 = \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \delta(x - a_n), \quad \vartheta_n = \alpha_n - \alpha_{n-1};$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \simeq K_2 = \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \delta(y - b_m), \quad \vartheta_m = \beta_m - \beta_{m-1}; \qquad (2.4)$$

$\delta(x-a_n)$, $\delta(y-b_m)$ – дельта-функции.

Как и следовало ожидать, главные кривизны поверхности вида выпуклого многогранника всюду равны нулю, за исключением ребер, где $K_1$ и $K_2$ принимают $\delta$-образные значения.

### Основные уравнения и их решение

2.3. В основу решения задачи о расчете оболочки, очерченной по поверхности многогранника, положим систему уравнений В.З.Власова, записанную относительно силовой функции $F(x, y)$ и функции прогиба $w(x, y)$, т.е.

$$\begin{aligned} &\nabla^4 F - B\nabla_k^2 w = 0; \\ &D\nabla^4 + \nabla_k^2 F = z, \end{aligned} \qquad (2.5)$$

где

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4};$$

$$\nabla_k^2 = \frac{\partial}{\partial x}\left(K_2 \frac{\partial}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_1 \frac{\partial}{\partial y}\right), \qquad (2.6)$$

$D$ – цилиндрическая жесткость; $B$ – жесткость на сжатие (растяжение);

$z$ – приходящаяся на единицу площади оболочки нормальная нагрузка.

Подставляя в (2.5) значения $K_1$ и $K_2$, согласно (2.4) получим

$$\nabla^4 F - B\left[\sum_{n=1}^{i} \varphi_n \delta(x-a_n)\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \sum_{m=1}^{j} \varphi_m \delta(y-b_m)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right] = 0,$$

(2.7)

$$D\nabla^4 w + \left[\sum_{n=1}^{i} \varphi_n \delta(x-a_n)\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \sum_{m=1}^{j} \varphi_m \delta(y-b_m)\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right] = Z.$$

2.4. Будем считать, что опорные конструкции оболочки (диафрагмы) абсолютно жесткие в своей плоскости и весьма гибкие из плоскости. Это допущение определит такие краевые условия:

$$\text{при} \quad x = 0 \text{ и } x = a: \ N_1 = 0,\ M_1 = 0,\ w = 0$$

(2.8)

$$\text{при} \quad y = 0 \text{ и } y = b: \ N_2 = 0,\ M_2 = 0,\ w = 0.$$

Условия (2.8) удовлетворяются, если положить, что

$$F = \sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty} F_{\mu\nu} \sin\alpha_\mu x \sin\beta_\nu y;$$

$$W = \sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty} w_{\mu\nu} \sin\alpha_\mu x \sin\beta_\nu y; \qquad (2.9)$$

$$Z = \sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty} Z_{\mu\nu} \sin\alpha_\mu x \sin\beta_\nu y,$$

где $F_{\mu\nu}$, $W_{\mu\nu}$ – неопределенные постоянные; $\mu$, $\nu$ – нечетные числа натурального ряда (1, 3, 5 ...),

$\alpha_\mu = \frac{\mu\pi}{a}$; $\beta_\nu = \frac{\nu\pi}{b}$; $z_{\mu\nu}$ – коэффициенты Фурье.

2.5. После подстановки выражений (2.9) в систему (2.7) и ортогонализации полученного результата функциями $\sin\alpha_p x \sin\beta_q y$ получим систему алгебраических уравнений относительно неизвестных $F_{\mu\nu}$ и $W_{\mu\nu}$ в таком виде

$$\frac{(p^2+\lambda^2 q^2)^2}{B} F_{pq} + \frac{2\lambda^2}{\pi^2}\Big[a q^2 \sum_{n=1}^{l} g_n \sin\alpha_p a_n \sum_{\mu}^{\infty} W_{\mu q} \sin\alpha_\mu a_n +$$

$$+ b p^2 \sum_{m=1}^{j} \sin\beta_q b_m \sum_{\nu}^{\infty} W_{\nu p} \sin\beta_\nu b_m \Big] = 0, \tag{2.10}$$

$$D(p^2+\lambda^2 q^2)^2 W_{pq} - \frac{2\lambda^2}{\pi^2}\Big[a q^2 \sum_{n}^{i} g_n \sin\alpha_p a_n \sum_{\mu}^{\infty} F_{\mu q} \times$$

$$\times \sin\alpha_\mu a_n - b p^2 \sum_{m=1}^{j} g_m \sin\beta_q b_m \sum_{\nu}^{\infty} F_{\nu p} \times$$

$$\times \sin\beta_\nu b_m \Big] = -c z_{pq},$$

где $c = a^4/\pi^4$, $\lambda = a/b$, $p=1,3,5,\ldots$, $q=1,3,5\ldots$

2.6. Систему (2.10) можно записать в более компактном виде, а именно:

$$\frac{C_{pq}}{B} F_{pq} + \sum_{\mu}^{\infty} d_{\mu pq} W_{\mu q} + \sum_{\nu}^{\infty} f_{\nu pq} W_{\nu p} = 0;$$

$$DC_{pq} W_{pq} - \sum_{\mu}^{\infty} d_{\mu pq} F_{\mu q} - \sum_{\nu}^{\infty} f_{\nu pq} F_{\nu p} = -\Delta_{pq}, \tag{2.11}$$

где

$$C_{pq} = (p^2 + \lambda^2 q^2)^2; \quad \Delta_{pq} = CZ_{pq};$$

$$d_{\mu pq} = \frac{2\lambda^2}{\pi^2} a q^2 \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_p a_n \sin\alpha_\mu a_n;$$

$$f_{\nu pq} = \frac{2\lambda^2}{\pi^2} b p^2 \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_q b_m \sin\beta_\nu b_m. \tag{2.12}$$

Заметим, что если в систему (2.7) подставить выражения (2.8), дельта-функции представить рядами по синусам, то путем сравнения коэффициентов при соответствующих функциях получим систему алгебраических уравнений, в точности совпадающую с (2.11).

2.7. Система (2.11) в развернутом виде формируется так: допустим требуется определить неизвестные $F_{pq}$ и $W_{pq}$ с индексами $p$, $q$, скомбинированными из двух чисел – единицы и тройки. Это значит, что количество неизвестных будет равно восьми:

$$F_{11},\ F_{13},\ F_{31},\ F_{33};\ W_{11},\ W_{13},\ W_{31},\ W_{33}.$$

Совершенно очевидно, что из (2.11) необходимо составить такое же количество уравнений. Для рассматриваемого случая они представятся так:

$$\begin{pmatrix} p=1 \\ q=1 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} &\frac{C_{11}}{B} F_{11} + d_{111} W_{11} + d_{311} W_{31} + f_{111} W_{11} + f_{311} W_{31} = 0, \\ &DC_{11} W_{11} - d_{111} W_{11} - d_{311} F_{31} - f_{111} F_{11} - f_{311} F_{31} = -\Delta_{11}; \end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\begin{pmatrix} p=1 \\ q=3 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} &\frac{C_{13}}{B} F_{13} + d_{113} W_{13} + d_{313} W_{33} + f_{113} W_{11} + f_{313} W_{31} = 0, \\ &DC_{13} W_{13} - d_{113} F_{13} - d_{313} F_{33} - f_{113} F_{11} - f_{313} F_{31} = -\Delta_{13}; \end{aligned}$$

$$\left(\begin{matrix} p=3 \\ q=1 \end{matrix}\right) \quad \begin{aligned} &\frac{C_{31}}{B} F_{31} + d_{131} W_{11} + d_{331} W_{31} + f_{131} W_{13} + f_{331} W_{33} = 0, \\ &DC_{31} W_{31} - d_{131} F_{11} - d_{331} F_{31} - f_{131} F_{13} - f_{331} F_{33} = -\Delta_{31}; \end{aligned}$$

$$\left(\begin{matrix} p=3 \\ q=3 \end{matrix}\right) \quad \begin{aligned} &\frac{C_{33}}{B} F_{33} + d_{133} W_{13} + d_{333} W_{33} + f_{133} W_{13} + f_{333} W_{33} = 0, \\ &DC_{33} W_{33} - d_{133} F_{13} - d_{333} F_{33} - f_{133} F_{13} - f_{333} F_{33} = -\Delta_{33}. \end{aligned} \qquad (2.13)$$

Нетрудно заметить, что количество неизвестных намечаемых к определению с помощью системы (2.11) связано с количеством разных чисел, составляющих индексы при неизвестных зависимостью

$$N = 2\,l^2,$$

где $N$ – количество неизвестных (уравнений);
$l$ – количество разных чисел, составляющих индексы при неизвестных (например, в рассмотренном выше примере, разных чисел было два – единица и тройка).

2.8. Система (2.11) представляет собою систему уравнений с бесконечным количеством неизвестных. Для того чтобы системы конечного числа уравнений с конечным количеством неизвестных, сформированные из (2.11) в виде частных систем, были совместными, необходимо, чтобы наибольшие значения чисел $\mu$ и $\vartheta$ были численно равны наибольшим значениям чисел $p$ и $q$, т.е. матрица из коэффициентов при неизвестных $F_{pq}$ и $W_{pq}$ должна быть квадратной. Например, в рассмотренном выше примере наибольшее численное значение у индексов $p$ и $q$ было равно тройкам, наибольшие значения чисел $\mu$ и $\vartheta$ также назначались равными тройке.

2.9. Решение системы (2.11) может быть выполнено также следующим путем. Из первого уравнения системы определим $F_{pq}$. Очевидно

$$F_{pq} = -\frac{B}{C_{pq}} \left[ \sum_{\mu}^{\infty} d_{\mu pq} W_{\mu q} + \sum_{\vartheta}^{\infty} f_{\vartheta pq} W_{\vartheta p} \right]. \qquad (2.14)$$

Для дальнейшего в выражении (2.14) удобнее положить $\mu = s$, $\nu = t$ ( $t = 1,3,5\ldots$, $s = 1,3,5,\ldots$ ), тогда вместо (2.14) запишем

$$F_{pq} = -\frac{B}{C_{pq}}\left[\sum_{s}^{\infty} d_{spq} W_{sq} + \sum_{t}^{\infty} f_{pqt} W_{pt}\right], \tag{2.15}$$

где

$$d_{spq} = \frac{2\lambda^2}{\pi^2} a q^2 \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_p a_n \sin\alpha_s a_n,$$

$$f_{pqt} = \frac{2\lambda^2}{\pi^2} b p^2 \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_q b_m \sin\beta_t b_m.$$

Положим теперь в (2.15) $p = \mu$, а затем $q = \nu$. Соответственно получим

$$F_{\mu q} = -\frac{B}{C_{\mu q}}\left[\sum_{s}^{\infty} d_{s\mu q} W_{sq} + \sum_{t}^{\infty} f_{t\mu q} W_{t\mu}\right]; \tag{2.16}$$

$$F_{p\nu} = -\frac{B}{C_{p\nu}}\left[\sum_{s}^{\infty} d_{sp\nu} W_{s\nu} + \sum_{t}^{\infty} f_{p\nu t} W_{pt}\right]. \tag{2.17}$$

Подставляя (2.16) и (2.17) во второе уравнение (2.11), получим

$$\frac{D}{B} C_{pq} W_{pq} + \sum_{\mu}^{\infty} \frac{d_{\mu pq}}{C_{\mu q}}\left[\sum_{s}^{\infty} d_{s\mu q} W_{sq} + \sum_{t}^{\infty} f_{t\mu q} W_{t\mu}\right] +$$
$$+ \sum_{\nu}^{\infty} \frac{f_{\nu pq}}{C_{p\nu}}\left[\sum_{s}^{\infty} d_{sp\nu} W_{s\nu} + \sum_{t}^{\infty} f_{tp\nu} W_{tp}\right] = -\frac{\Delta_{pq}}{B}, \tag{2.18}$$

где

$$C_{\mu q} = (\mu^2 + \lambda^2 q^2)^2, \quad C_{p\nu} = (p^2 + \lambda^2 \nu^2)^2,$$

$$f_{t\mu q} - \frac{2\lambda^2}{\pi^2} b\mu^2 \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_q b_m \sin\beta_t b_m ,$$

$$d_{sp\nu} = \frac{2\lambda^2}{\pi^2} a\nu^2 \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_p a_n \sin\alpha_s a_n ,$$

$$d_{spq} = \frac{2\lambda^2}{\pi^2} aq^2 \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_\mu a_n \sin\alpha_s a_n ,$$

$$f_{tp\nu} - \frac{2\lambda^2}{\pi^2} bp^2 \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_\nu b_m \sin\beta_t b_m .$$

Выражение (2.18) также представляет собою систему уравнений с бесконечным количеством неизвестных, но только одной группы, в данном случае $W_{pq}$ . Система уравнений относительно конечного количества неизвест - ных будет совместной, если матрица из коэффициентов при неизвестных будет квадратной, т.е. максимальные значе - ния чисел $\mu$ , $\nu$ , $s$ , $t$ должны быть равными максимальным значениям чисел $p$ и $q$ . Количество неиз - вестных $n_1$ в частных системах, сформированных из (2.18), будет связано с количеством чисел $l_1$ , из кото- рых комбинируются индексы при неизвестных зависимо - стью $n_1 = l_1^2$ .

2.10. Покажем формирование системы (2.18) для слу- чая определения четырех первых коэффициентов: $W_{11}$ , $W_{13}$ , $W_{31}$ , $W_{33}$ .

$$\begin{aligned} \binom{p=1}{q=1} \frac{D}{B} C_{11} W_{11} &+ \frac{d_{111}}{C_{11}} \left[ d_{111} W_{11} + d_{311} W_{31} + f_{111} W_{11} + f_{311} W_{31} \right] + \\ &+ \frac{d_{311}}{C_{31}} \left[ d_{131} W_{11} + d_{331} W_{31} + f_{131} W_{13} + f_{331} W_{33} \right] + \\ &+ \frac{f_{111}}{C_{11}} \left[ d_{111} W_{11} + d_{311} W_{31} + f_{113} W_{11} + f_{311} W_{31} \right] + \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$+\frac{f_{311}}{C_{11}}\left[d_{113}W_{13}+d_{313}W_{33}+f_{113}W_{11}+f_{313}W_{31}\right]=-\frac{\Delta_{11}}{B};$$

$$\begin{pmatrix}p=1\\q=3\end{pmatrix}\frac{D}{B}C_{13}W_{13}+\frac{d_{113}}{C_{13}}\left[d_{113}W_{13}+d_{313}W_{33}+f_{113}W_{11}+f_{313}W_{31}\right]+$$

$$+\frac{d_{313}}{C_{33}}\left[d_{133}W_{13}+d_{333}W_{33}+f_{133}W_{13}+f_{333}W_{33}\right]+$$

$$+\frac{f_{113}}{C_{13}}\left[d_{111}W_{11}+d_{311}W_{31}+f_{111}W_{11}+f_{311}W_{31}\right]+$$

$$+\frac{f_{313}}{C_{13}}\left[d_{113}W_{13}+d_{313}W_{33}+f_{113}W_{11}+f_{313}W_{31}\right]=-\frac{\Delta_{13}}{B};\tag{2.19}$$

$$\begin{pmatrix}p=3\\q=1\end{pmatrix}\frac{D}{B}C_{31}W_{31}+\frac{d_{131}}{C_{11}}\left[d_{111}W_{11}+d_{311}W_{31}+f_{111}W_{11}+f_{311}W_{31}\right]+$$

$$+\frac{d_{331}}{C_{31}}\left[d_{131}W_{11}+d_{331}W_{31}+f_{131}W_{13}+f_{331}W_{33}\right]+$$

$$+\frac{f_{131}}{C_{31}}\left[d_{131}W_{11}+d_{331}W_{13}+f_{131}W_{13}+f_{331}W_{33}\right]+$$

$$+\frac{f_{331}}{c_{33}}\left[d_{133}W_{13}+d_{333}W_{33}+f_{133}W_{13}+f_{333}W_{33}\right]=-\frac{\Delta_{31}}{B};$$

$$\begin{pmatrix} p=3 \\ q=3 \end{pmatrix}\ \frac{D}{B}c_{33}W_{33}+\frac{d_{133}}{c_{13}}\left[d_{113}W_{13}+d_{313}W_{33}+f_{113}W_{11}+f_{313}W_{31}\right]+$$

$$+\frac{d_{333}}{c_{33}}\left[d_{133}W_{13}+d_{333}W_{33}+f_{133}W_{13}+f_{333}W_{33}\right]+$$

$$+\frac{f_{133}}{c_{31}}\left[d_{131}W_{11}+d_{331}W_{31}+f_{131}W_{13}+f_{331}W_{33}\right]+$$

$$+\frac{f_{333}}{c_{33}}\left[d_{133}W_{13}+d_{333}W_{33}+f_{133}W_{13}+f_{333}W_{33}\right]=-\frac{\Delta_{33}}{B}.$$

После определения из системы (2.18) неизвестных $W_{pq}$ с помощью (2.14) вычисляются $F_{pq}$.

2.11. Зная $W_{pq}$ и $F_{pq}$, с помощью (2.9) вычисляются $F(x,y)$ и $W(x,y)$, а внутренние усилия и моменты по формулам:

$$N_1 = -\frac{\pi^2}{b^2} \sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty} F_{\mu\nu}\, \nu^2 \sin\alpha_\mu x \cdot \sin\beta_\nu y;$$

$$N_2 = -\frac{\pi^2}{a^2} \sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty} F_{\mu\nu}\, \mu^2 \sin\alpha_\mu x \cdot \sin\beta_\nu y;$$

$$S = -\frac{\pi^2}{ab} \sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty} F_{\mu\nu}\, \mu\nu \cos\alpha_\mu x \cdot \cos\beta_\nu y;$$

$$M_1 = -D\frac{\pi^2}{a^2} \sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty} W_{\mu\nu}\, \mu^2 \sin\alpha_\mu x \cdot \sin\beta_\nu y;$$

$$(2.20)$$

$$M_2 = -D\frac{\pi^2}{b^2} \sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty} W_{\mu\nu}\, \nu^2 \sin\alpha_\mu x \cdot \sin\beta_\nu y;$$

$$H = -D\frac{\pi^2}{ab} \sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty} W_{\mu\nu}\, \nu\mu \cos\alpha_\mu x \cdot \cos\beta_\nu y;$$

$$Q_1 = \frac{D\pi^3}{a^3} \sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty} W_{\mu\nu} (\mu^3 + \lambda^2 \mu \nu^2) \cos\alpha_\mu x \cdot \sin\beta_\nu y;$$

$$Q_2 = \frac{D\pi^3}{b^3} \sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty} W_{\mu\nu} \left(\frac{\mu^2\nu}{\lambda^2} + \nu^3\right) \sin\alpha_\mu x \cdot \cos\beta_\nu y.$$

Коэффициент Пуассона для железобетона принят рав - ным нулю.

## Определение перемещений $u$ и $v$

2.12. Перемещения по направлению к нормам к срединной поверхности оболочки определяются по второй формуле (2.9), что же касается тангенциальных перемещений $u$ и $v$, то при известных усилиях в оболочке они определяются путем решения следующих уравнений, основанных на законе Гука

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial x} + K_1 w = \frac{N_1}{B}, \\
&\frac{\partial v}{\partial y} + K_2 w = \frac{N_2}{B}, \qquad (2.21)\\
&\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{2S}{B}.
\end{aligned}
$$

Исключая из первых двух уравнений системы ( 2.21) $w$, получим

$$
\begin{aligned}
&K_2\frac{\partial u}{\partial x} - K_1\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{B}\left(K_2 N_1 - K_1 N_2\right), \qquad (2.22)\\
&\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{2}{B} S.
\end{aligned}
$$

В соответствии с граничными условиями представим $u$ и $v$ в виде следующих разложений

$$
\begin{aligned}
&u = \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty} C_{kl} \cos\alpha_k x \cdot \sin\beta_l y; \qquad (2.23)\\
&v = \sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty} D_{kl} \sin\alpha_k x \cdot \cos\beta_l y,
\end{aligned}
$$

где $C_{\kappa l}$, $D_{\kappa l}$ – постоянные коэффициенты, подлежащие определению; $\kappa = 1, 3, 5, \dots$ ; $l = 1,3,5,\dots$.

Подставляя в систему (2.22) выражения (2.23) и усилия $N_1$, $N_2$ и $S$, из формул (2.20) получим следующие зависимости

$$
\begin{aligned}
&K_2 \sum_{\kappa=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty} C_{\kappa l}\alpha_\kappa \sin\alpha_\kappa x\cdot\sin\beta_l y - \\
&- K_1 \sum_{\kappa=1}^{\infty}\sum_{l}^{\infty} D_{\kappa l} \sin\alpha_\kappa x\cdot\sin\beta_l y = \\
&= \frac{\pi^2}{B}\Big(K_2 \sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty} F_{\mu\nu}\frac{\nu^2}{b^2}\sin\alpha_\mu x\cdot\sin\beta_\nu y - \\
&- K_1 \sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty} F_{\mu\nu}\frac{\mu^2}{a^2}\sin\alpha_\mu x\cdot\sin\beta_\nu y\Big),
\end{aligned}
\qquad (2.24)
$$

$$
\begin{aligned}
&\sum_{\kappa=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty} C_{\kappa l}\beta_l\cos\alpha_\kappa x\cdot\cos\beta_l y + \sum_{\kappa=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty} D_{\kappa l}\alpha_\kappa\cos\alpha_\kappa x\cdot\cos\beta_l y = \\
&= -\frac{2\pi^2}{Bab}\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty} F_{\mu\nu}\,\mu\nu\cos\alpha_\mu x\cdot\cos\beta_\nu y.
\end{aligned}
$$

Второе выражение (2.24) можно записать еще и так:

$$
\begin{aligned}
&\sum_{\kappa=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}(C_{\kappa l}\beta_l + D_{\kappa l}\alpha_\kappa)\cos\alpha_\kappa x\cdot\cos\beta_l y = \\
&= -\frac{2\pi^2}{Bab}\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty} F_{\mu\nu}\,\mu\nu\cos\alpha_\mu x\cdot\cos\beta_\nu y.
\end{aligned}
\qquad (2.25)
$$

Приравнивая в (2.25) коэффициенты при $\cos(\;)$, найдем

$$C_{kl}\beta_l + D_{kl}\alpha_k = -\frac{2\pi^2}{Bab}F_{kl}\cdot kl. \qquad (2.26)$$

Отсюда

$$D_{kl} = -\lambda l\left(\frac{2\pi F_{kl}}{aB} + \frac{C_{kl}}{k}\right). \qquad (2.27)$$

Подставив в первое выражение (2.24) значения кривизн по формулам (2.4) и умножив полученный результат на $\sin\alpha_p x\cdot\sin\beta_q y$, получим

$$\Big[\sum_{m=1}^{j}\vartheta_m\delta(y-b_m)\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}C_{kl}\alpha_k\sin\alpha_k x\cdot\sin\beta_l y -$$

$$-\sum_{n=1}^{i}\vartheta_n\delta(x-a_n)\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}D_{kl}\beta_l\sin\alpha_k x\cdot\sin\beta_l y\Big]\times$$

$$(2.28)$$

$$\times\sin\alpha_p x\cdot\sin\beta_q y = \frac{\pi^2}{B}\Big[\sum_{m=1}^{j}\vartheta_m\delta(y-b_m)\times$$

$$\times\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}F_{\mu\nu}\frac{\nu^2}{b^2}\sin\alpha_\mu x\cdot\sin\beta_\nu y-\sum_{n=1}^{\infty}\vartheta_n\delta(x-a_n)\times$$

$$\times\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}F_{\mu\nu}\frac{\mu^2}{a^2}\sin\alpha_\mu x\cdot\sin\beta_\nu y\Big]\sin\alpha_p x\cdot\sin\beta_q y.$$

Интегрируя (2.28) в пределах о–а и о–$b$, получим

$$\alpha_p \frac{a}{2} \sum_{l=1}^{\infty} C_{pl} \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_l b_m \sin\beta_q b_m -$$

$$-\beta_q \frac{b}{2} \sum_{k=1}^{\infty} D_{kl} \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_k a_n \cdot \sin\alpha_p a_n -$$

$$= \frac{\pi^2}{B} \Big[ \frac{a}{2b^2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu^2 F_{p\nu} \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_\nu b_m \cdot \sin\beta_q b_m - \qquad (2.29)$$

$$- \frac{b}{2a^2} \sum_{\mu=1}^{\infty} \mu^2 F_{\mu q} \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_\mu a_n \cdot \sin\alpha_p a_n \Big].$$

Подставляя из (2.27) $D_{kq}$ и группируя слагаемые, вместо (2.29) получим

$$\lambda p \sum_{l=1}^{\infty} C_{pl} \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_l b_m \cdot \sin\beta_q b_m +$$

$$+ \lambda^2 q^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_{kq}}{k} \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_k a_n \cdot \sin\alpha_p a_n =$$

$$= \frac{\pi}{aB} \Big[ -2\lambda^2 q^2 \sum_{k=1}^{\infty} F_{kq} \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_k a_n \cdot \sin\alpha_p a_n - \qquad (2.29')$$

$$- \sum_{\mu=1}^{\infty} \mu^2 F_{\mu q} \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_\mu a_n \cdot \sin\alpha_p a_n +$$

$$+ \lambda^3 \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu^2 F_{p\nu} \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_\nu b_m \cdot \sin\beta_q b_m \Big].$$

Приравняв $\mu = k$ , $\nu = l$ , окончательно запишем

$$\lambda p \sum_{l=1}^{\infty} C_{pl} \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_l b_m \cdot \sin\beta_q b_m +$$

$$+ \lambda^2 q^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_{kq}}{k} \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_k a_n \cdot \sin\alpha_p a_n =$$

$$(2.30)$$

$$= \frac{\pi}{aB} \Big[ -2\lambda^2 q^2 \sum_{k=1}^{\infty} F_{kq} \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_k a_n \cdot \sin\alpha_p a_n -$$

$$- \sum_{k=1}^{\infty} k^2 F_{kq} \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_k a_n \cdot \sin\alpha_p a_n +$$

$$+ \lambda^3 \sum_{l=1}^{\infty} l^2 F_{pl} \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_l b_m \cdot \sin\beta_q b_m \Big].$$

Система алгебраических уравнений (2.30) с бесконечным количеством неизвестных в сокращенной записи может быть представлена в виде

$$\sum_{l=1}^{\infty} r_{lpq} C_{pl} + \sum_{k=1}^{\infty} t_{kpq} C_{kq} = \sum_{k=1}^{\infty} F_{kq} h_{kpq} + \sum_{l=1}^{\infty} F_{pl} \varphi_{lq}, \qquad (2.30')$$

где

$$r_{lpq} = \lambda p \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_l b_m \cdot \sin\beta_q b_m ;$$

$$(2.31)$$

$$t_{kpq} = \lambda^2 q^2 \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_k a_n \cdot \sin\alpha_p a_n ;$$

$$h_{\kappa pq} = -\frac{\pi}{aB}(2\lambda^2 q^2 + \kappa^2)\sum_{n=1}^{i} \vartheta_n \sin\alpha_\kappa a_n \cdot \sin\alpha_p a_n ;$$

$$q_{lq} = \frac{\pi}{aB}\lambda^3 l^2 \sum_{m=1}^{j} \vartheta_m \sin\beta_l b_m \cdot \sin\beta_q b_m . \tag{2.31}$$

Система (2.30) формируется аналогично системе (2.18).

Решив систему (2.30) относительно коэффициентов $C_{\kappa l}$ из (2.27), получим коэффициенты $D_{\kappa l}$, после чего по формулам (2.23) определяются перемещения $u$ и $v$.

## Расчет граненых оболочек, подкрепленных ребрами

2.13. Для этих расчетов можно воспользоваться системой уравнений В.З.Власова (2.15), дополненных членами, учитывающими влияние ребер

$$\nabla^4 F - B\nabla_\kappa^2 w = 0,$$

$$D\nabla^4 w + \nabla_\kappa^2 F = q - \sum_{L=1}^{L} EJ_L \delta(y - y_L)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \tag{2.32}$$

$$- \sum_{M=1}^{M} EJ_M \delta(x - x_M)\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} ,$$

где $EJ_L$ – изгибная жесткость ребер, располагающихся в плоскостях, параллельных плоскости $xz$; $EJ_M$ – то же, расположенных в плоскостях, параллельных плоскости $yz$; $L$, $M$ – количество соответствующих ребер; $\delta(y - y_L)$, $\delta(x - x_M)$ – дельта функции.

Как видно, с помощью системы (2.32) задача может быть решена приближенно, так как здесь принято, что ребра вдоль своих осевых линий нерастяжимы и что взаимодействие ребер с оболочкой осуществляется только вследствие равенства прогибов ребер и оболочки в местах их взаимного контакта [ 6 ]. Непрерывность тангенциальных перемещений ребер и оболочки в местах взаимного контакта уравнениями (2.32) не обеспечивается. В этом заключается их приближенность.

Полагая как и ранее, что (см.2.9)

$$F=\sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty}F_{\mu\nu}\sin\alpha_{\mu}x\cdot\sin\beta_{\nu}y;$$

$$w=\sum_{\mu}^{\infty}\sum_{\nu}^{\infty}W_{\mu\nu}\sin\alpha_{\mu}x\cdot\sin\beta_{\nu}y, \tag{2.33}$$

и выполняя в точности те же операции, что и при решении системы (2.7), получим в итоге следующую систему алгебраических уравнений

$$\frac{D}{B}C_{pq}W_{pq}+\sum_{\mu}^{\infty}\left[\frac{d_{\mu q}}{C_{\mu q}}\left(\sum_{s}^{\infty}d_{sq}W_{sq}+\sum_{t}^{\infty}f_{\mu t}W_{\mu t}\right)+h_{\mu q}W_{\mu q}\right]+$$

$$+\sum_{\nu}^{\infty}\left[\frac{f_{p\nu}}{C_{p\nu}}\left(\sum_{s}^{\infty}d_{s\nu}W_{s\nu}+\sum_{t}^{\infty}f_{pt}W_{pt}\right)+h_{p\nu}W_{p\nu}\right]=-\frac{\Delta_{pq}}{B}, \tag{2.34}$$

где

$$h_{\mu q}=\frac{4}{abB}\lambda^4q^4\sum_{M=1}^{M}EJ_M\sin\alpha_{\mu}a_M\cdot\sin\alpha_p a_M;$$

$$h_{p\nu}=\frac{4}{abB}p^4\sum_{L=1}^{L}EJ_L\sin\beta_{\nu}b_L\cdot\sin\beta_q b_L. \tag{2.35}$$

Остальные обозначения приведены в (2.18)

Решив систему (34), получим коэффициенты $W_{\mu\nu}$. Коэффициенты $F_{\mu\nu}$ определятся по формуле (2.14). Зная $W_{\mu\nu}$ и $F_{\mu\nu}$, по формулам (2.9) вычисляются функции $F$ и $w$, а по формулам (2.20) внутренние усилия и моменты.

Изгибающие моменты в ребрах вычисляются по формулам

$$M_L = \frac{\pi^2}{a^2} E J_L \sum_{\mu}^{\infty} \sum_{\nu}^{\infty} \mu^2 W_{\mu\nu} \sin\alpha_\mu x \cdot \sin\beta_\nu b_L ;$$

$$M_M = \frac{\pi^2}{b^2} E J_M \sum_{\mu}^{\infty} \sum_{\nu}^{\infty} \nu^2 W_{\mu\nu} \sin\alpha_\mu a_M \cdot \sin\beta_\nu y . \tag{2.36}$$

$M_L, M_M$ – изгибающие моменты в ребрах, расположенных соответственно в плоскостях, параллельных плоскостях $XZ$ и $ZY$.

## Расчет граненых оболочек на сосредоточенные нагрузки

2.14. Положение сосредоточенных нагрузок фиксируем с помощью $\delta$ – функции. Уравнения В.З.Власова примут следующий вид

$$\nabla^4 F - B \nabla^2_\kappa w = 0 ,$$

$$D \nabla^4 w + \nabla^2_\kappa F = \sum_{\tau=1}^{T} Z_\tau \delta(x - x_\tau , y - y_\tau ) , \tag{2.37}$$

где $Z_\tau$ – величина нагрузки в точке ( $x_\tau$ , $y_\tau$ )

$T$ – количество сосредоточенных нагрузок, действующих на оболочку.

Система (2.37) решается методом,изложенным выше. Соответствующая система алгебраических уравнений будет иметь такой вид

$$\frac{D}{B} C_{pq} W_{pq} + \sum_{\mu}^{\infty} \frac{d_{\mu q p}}{C_{\mu q}} \left[ \sum_{s}^{\infty} d_{\mu s q} W_{sq} + \sum_{t}^{\infty} f_{\mu t q} W_{\mu t} \right] +$$

$$+ \sum_{\nu}^{\infty} \frac{f_{pq\nu}}{C_{p\nu}} \left[ \sum_{s}^{\infty} d_{sp\nu} W_{s\nu} + \sum_{t}^{\infty} f_{tp\nu} W_{pt} \right] = - \frac{\Delta_{pq}}{B} ;$$

$$\Delta_{pq} = \frac{4a^2\lambda}{\pi^4} \sum_{\tau=1}^{T} Z_\tau \sin\alpha_p x_\tau \cdot \sin\beta_q y_\tau .$$

# ПРИМЕРЫ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РЕШЕНИЙ

## Пример 1

В качестве первого примера рассмотрим наиболее характерную из граненых оболочек – четырехгранную оболочку, показанную на рис.19. Примем, что она квадратная в плане: $a = b$ $(\lambda = 1)$, стрелы подъемов $f = g = a/10$, а толщина $\delta = a/300$.

Для решения задачи о расчете этой оболочки использовалась машина типа М-220. Три этапа решения (составление алгебраических уравнений, их решение и вычисление внутренних усилий) последовательно выполняются по одной программе.

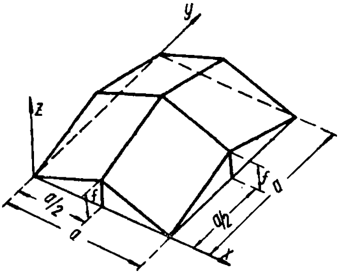



Рис.19

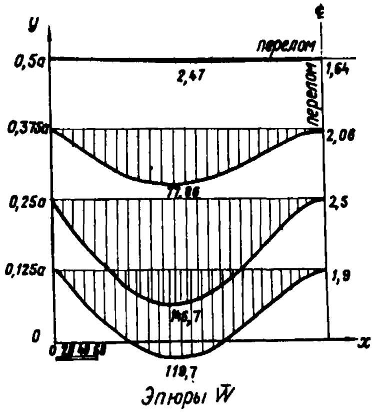
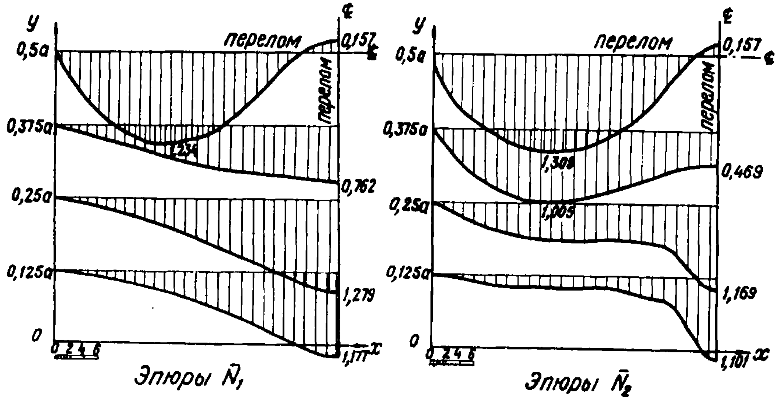



Рис.20

Эпюры, пропорциональные прогибу $w$, внутренним усилиям $N_1$, $N_2$ и моментам $M_1$, $M_2$ и $H$, показаны на рис.20–24. Здесь и в дальнейшем при расчетах на распределенную нагрузку принято:

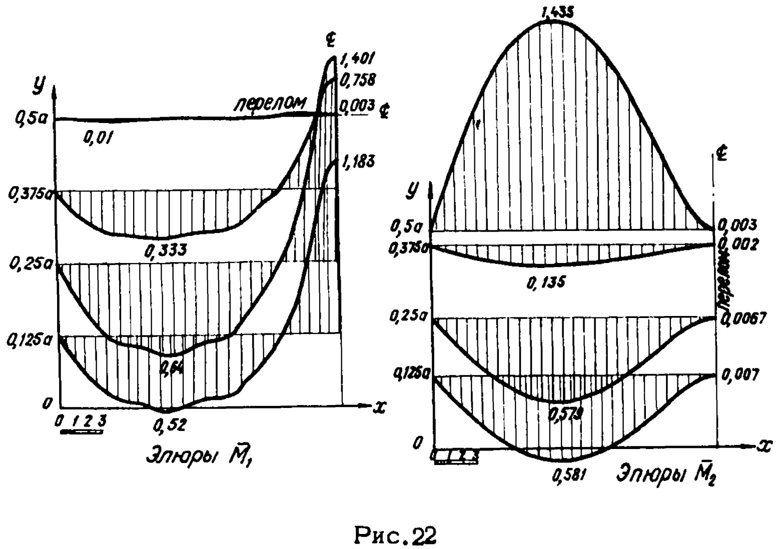
$$w = \bar{w}\frac{q a^2}{B}, \quad N_1 = \bar{N}_1 \cdot q a, \quad N_2 = \bar{N}_2 q a, \tag{2.38}$$

$$S = \bar{S} q a, \quad M_1 = \bar{M}_1 q a^2 \cdot 10^{-2}, \quad M_2 = \bar{M}_2 q a^2 \cdot 10^{-2},$$



y
0,5a
0,375a
0,25a
0,125a
0
перелом
0,157
1,234
0,762
1,279
1,177
x
0 2 4 6
Эпюры $\bar{N}_1$
1,308
1,005
0,469
1,169
1,101
Эпюры $\bar{N}_2$


Рис.21



y
0,5a
0,375a
0,25a
0,125a
0
перелом
1,401
0,758
0,003
0,01
1,183
0,333
0,64
0,52
x
0 1 2 3
Эпюры $\bar{M}_1$
1,435
0,003
0,002
0,135
0,0067
0,007
0,579
0,581
Эпюры $\bar{M}_2$


Рис.22

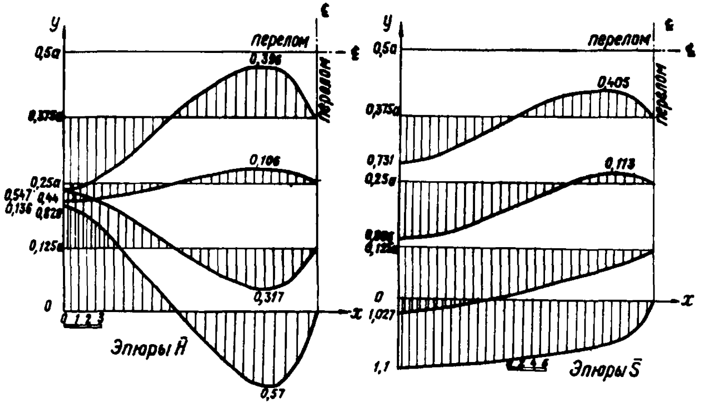

y
перелом
0,5a
0,396
0,375a
0,106
0,25a
0,547
0,44
0,136
0,828
0,125a
0,317
0
x
0 1 2 3
Эпюры $\bar{H}$
0,57
0,405
0,731
0,113
1,027
1,1
0 2 4 6
Эпюры $\bar{S}$

Рис.23

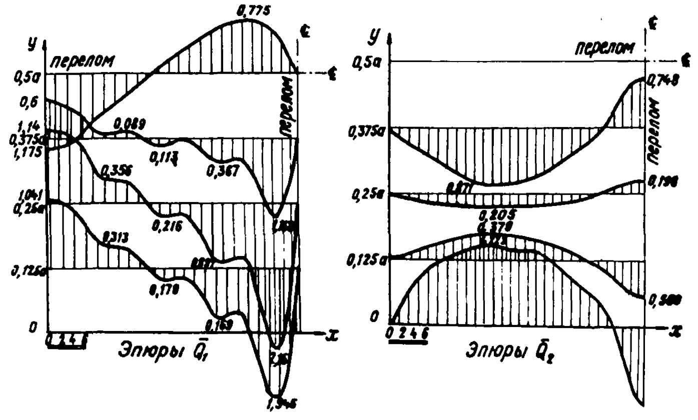

0,775
y
перелом
0,5a
0,6
1,14
0,375a
1,175
0,089
0,113
0,356
0,367
1,041
0,25a
0,313
0,216
0,125a
0,179
0,169
1,946
0
0 2 4 6
x
Эпюры $\bar{Q}_1$
0,748
0,196
0,205
0,125a
0,588
0 2 4 6
Эпюры $\bar{Q}_2$

Рис.24

$$H = \bar{H} z a^2 \cdot 10^{-2}, \quad Q_1 = \bar{Q}_1 z a \cdot 10^{-1}, \quad Q_2 = \bar{Q}_2 z a \cdot 10^{-1}. \quad (2.38)$$

Как видно, из эпюр прогибов (рис.20) таковые имеют наименьшие значения в точках переломов оболочки. Наибольшие значения прогибов достигаются в средних зонах граней. К наиболее интересным явлениям в напряженном состоянии рассматриваемой оболочки следует отнести: а) достаточно резкое изменение знака эпюры контурных сдвигающих усилий в точке излома; б) в точках, удаленных от излома, величина контурных сдвигающих усилий меняется весьма незначительно; в) в области грани сдвигающие усилия меняют знак. Что касается нормальных усилий $N_1$ и $N_2$, то в зоне вершины оболочки последние оказываются растягивающими.

Эпюры прогибов, моментов и поперечных сил указывают на то, что переломы поверхности как бы являются упругими опорами граней.

## Пример 2

Во втором примере рассмотрим 16-гранную оболочку (рис.18). Примем также, что $a = b$ $(\lambda = 1)$, $f_2 = g_2 = a/10$ и $\delta = a/300$. Эпюры, пропорциональные прогибу $w$, внутренним усилиям $N_1$, $N_2$ и моментам $M_1$, $M_2$ и $H$, показаны на рис.25–29. Здесь к наиболее характерным особенностям в напряженном состоянии следует отнести: во-первых, резкую концентрацию сдвигающих усилий в угловых гранях оболочки и, во-вторых, значительное уменьшение прогибов изгибающих и крутящих моментов по сравнению с четырехгранной оболочкой. Что касается нормальных усилий $N_1$ и $N_2$, то и здесь в зонах некоторых вершин оболочки последние оказываются растягивающими.

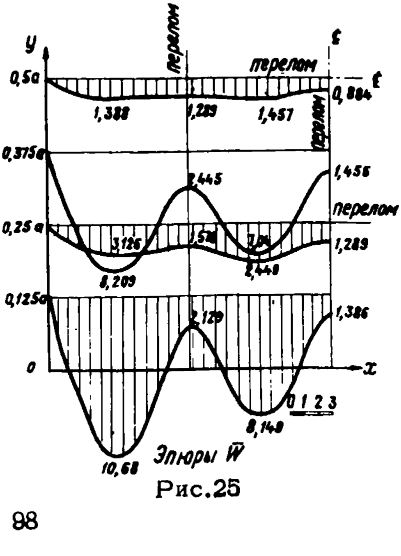



Рис.25

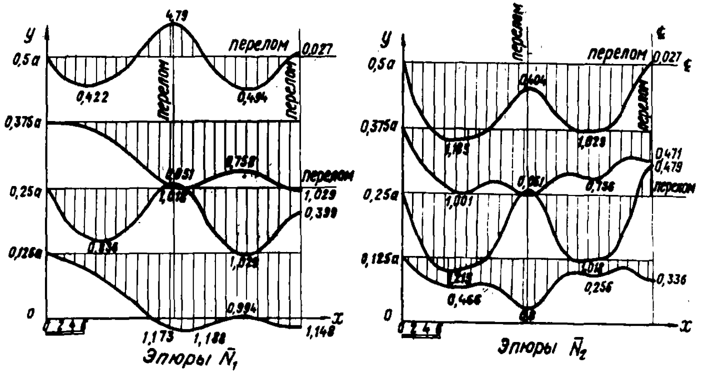

y
0,5a
0,375a
0,25a
0,125a
0
x
4,79
перелом
0,027
0,422
0,494
1,029
0,339
1,173
1,188
0,994
1,148
Эпюры $\bar{N}_1$
0,404
1,183
1,001
0,471
0,479
0,336
0,466
0,256
Эпюры $\bar{N}_2$

Рис.26

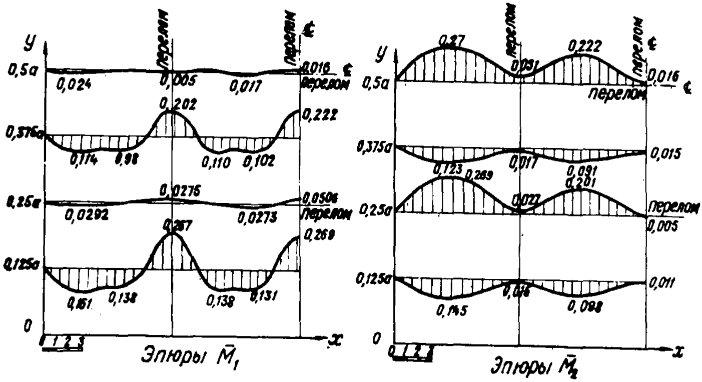
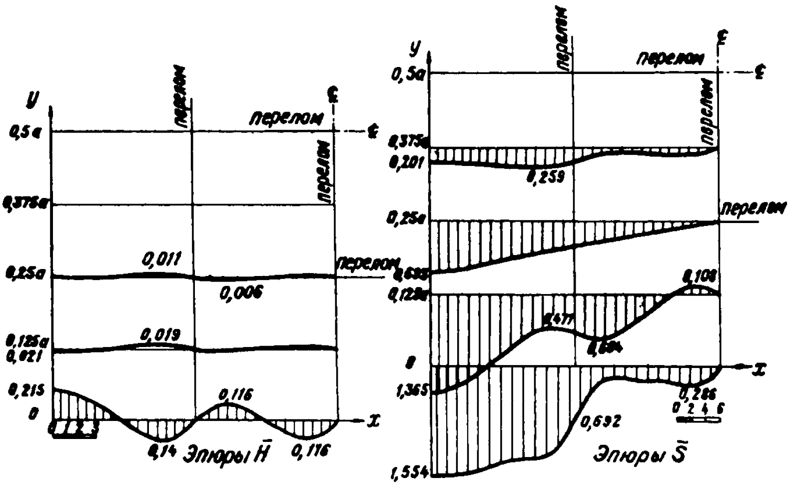
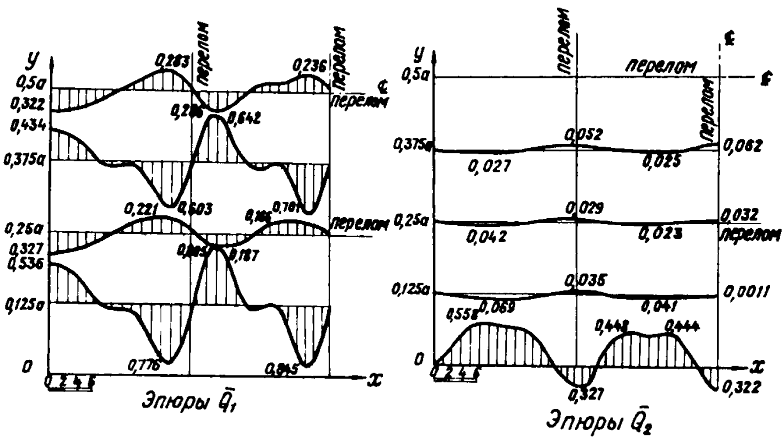

y
0,5a
0,375a
0,25a
0,125a
0
x
перелом
0,016
0,024
0,005
0,017
0,202
0,222
0,114
0,98
0,110
0,102
0,0275
0,0506
0,0292
0,0273
0,267
0,269
0,161
0,138
0,131
Эпюры $\bar{M}_1$
0,27
0,031
0,222
0,015
0,017
0,123
0,091
0,269
0,201
0,022
0,005
0,011
0,145
0,098
Эпюры $\bar{M}_2$

Рис.27



y
0,5a
0,375a
0,25a
0,125a
0,021
0,215
0
перелом
0,011
0,006
0,019
0,116
0,14
Эпюры $\bar{H}$
0,116
0,5a
0,375a
0,201
0,259
0,25a
0,125a
0,108
1,365
0,692
0,286
1,554
Эпюры $\bar{S}$
x


Рис.28



y
0,5a
0,322
0,434
0,375a
0,25a
0,327
0,536
0,125a
0
0,283
0,236
перелом
0,642
0,221
0,603
0,187
0,776
0,845
Эпюры $\bar{Q}_1$
x
0,5a
0,375a
0,052
0,027
0,025
0,062
0,25a
0,029
0,042
0,023
0,032
0,125a
0,035
0,0011
0,558
0,069
0,041
0,448
0,444
0,327
0,322
Эпюры $\bar{Q}_2$


Рис.29

## Пример 3

Рассмотрим четырехгранную оболочку, подкрепленную ребрами, располагаемыми в серединах граней, так, что ребра и изломы поверхности и оболочки делят последнюю на 16 полей. Принято $a = b$ ($\lambda = 1$), $f = a/10$, $\delta = a/300$, высота ребер – $h_p = a/60$, ширина ребер – $b_p = a/120$.

В основу решений задачи положена система (2.32). Все расчеты примера 1 и примера 3 выполнены на ЭВМ М-220 по программе № 1. Эпюры, пропорциональные прогибам и внутренним усилиям, показаны на рис.30–34. Как видно, напряженное и деформированное состояние этой оболочки во многом весьма близко к таковому шестнадцатигранной оболочки. Например, изгибающие и крутящие моменты даже близки по величине. Прогибы по характеру вовсе не отличаются. Что касается сдвигающих усилий, то последние не отличаются от таковых в четырехгранной оболочке. Существенно отличаются от таковых в четырехгранной оболочке нормальные усилия. Особенно вблизи изломов поверхности оболочки.

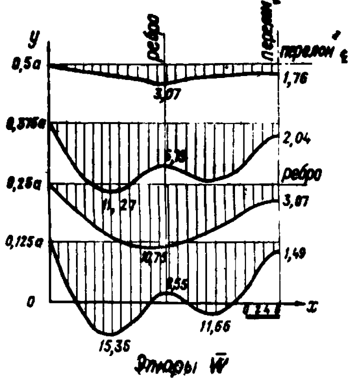



Рис.30

## Пример 4

В этом примере рассмотрим 9-гранную оболочку, загруженную сосредоточенной нагрузкой, приложенной к вершине оболочки, определяемой координатами $x = a/3$, $y = в/3$. Примем далее, что $a = b$ ($\lambda = 1$), $f_2 = g_2 = a/10$ и $\delta = a/300$.

Эпюры, пропорциональные прогибу $W$ и внутренним усилиям $N_1$, $N_2$, $S$, показаны на рис.35–38. Точка приложения нагрузки обозначена на рисунках жирной точкой в кружочке. Как видно, прогибы и нормальные усилия достигают максимальных значений в точке приложения нагрузки. По мере удаления от точки приложения нагрузки как прогибы, так и нормальные усилия уменьшаются,

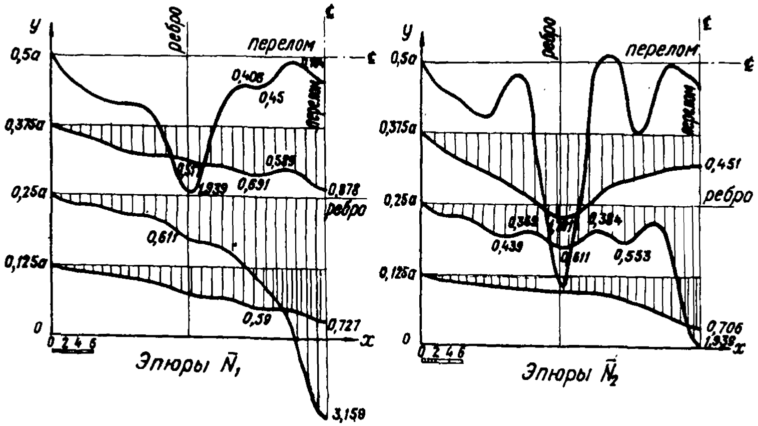

Эпюры $\bar{N}_1$
Эпюры $\bar{N}_2$
ребро
перелом

Рис.31

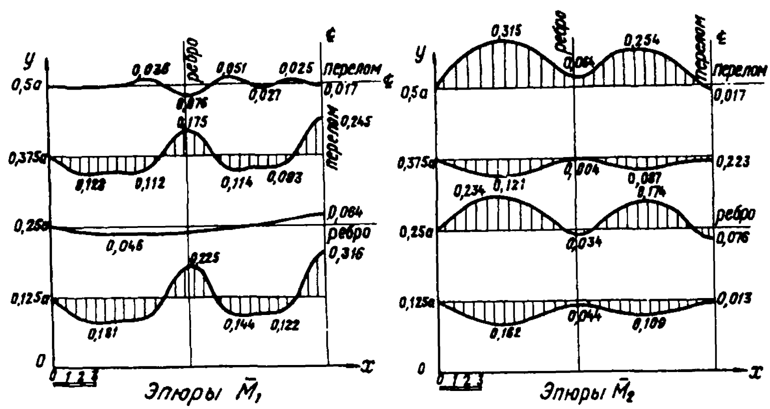

Эпюры $\bar{M}_1$
Эпюры $\bar{M}_2$
ребро
перелом

Рис.32

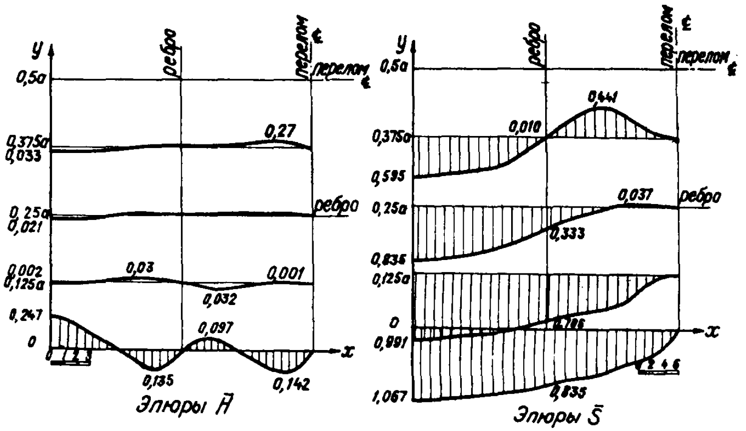

ребро
перелом
0,5a
0,375a
0,033
0,27
0,25a
0,021
0,002
0,125a
0,03
0,001
0,032
0,247
0,097
0
0,135
0,142
x
Эпюры $\bar{H}$
0,441
0,010
0,595
0,037
0,333
0,836
0,991
1,067
0,835
Эпюры $\bar{S}$

Рис.33

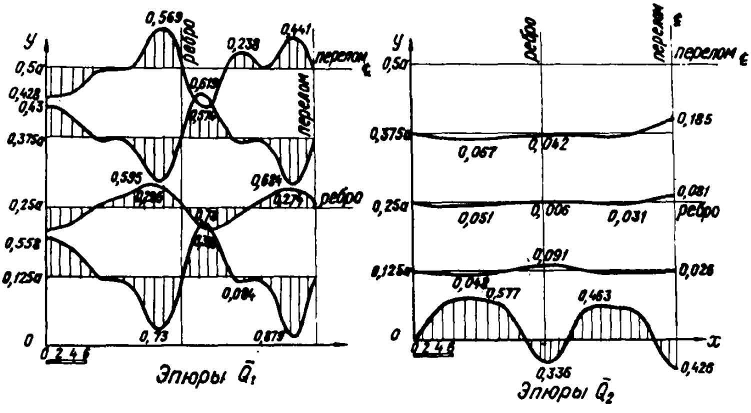
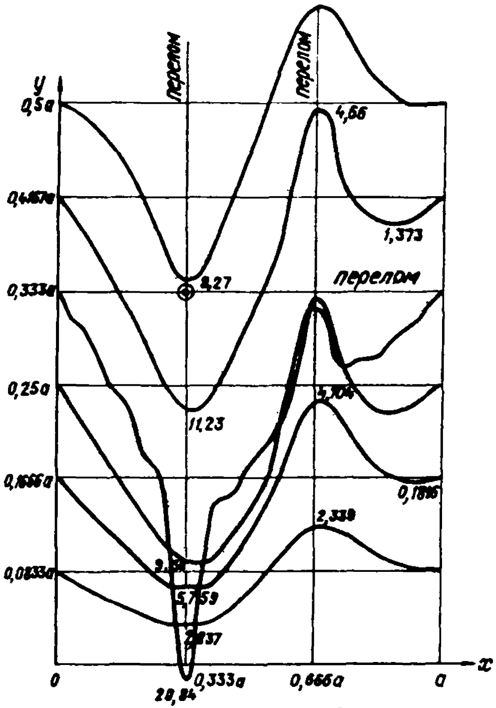
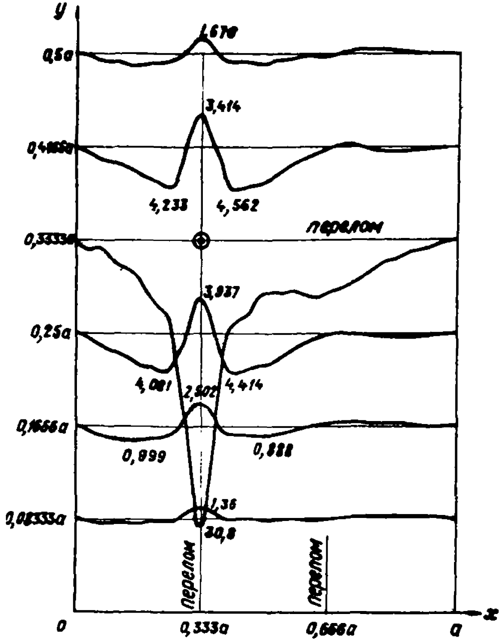

0,569
ребро
0,238
0,441
перелом
0,5a
0,428
0,43
0,375a
0,595
0,684
0,25a
0,558
0,125a
0,084
0,73
0,879
0
Эпюры $\bar{Q}_1$
0,185
0,067
0,042
0,081
0,051
0,006
0,031
0,091
0,026
0,577
0,463
0,336
0,426
x
Эпюры $\bar{Q}_2$

Рис.34




Эпюры $\bar{W}$ $W = \bar{W}\frac{P}{Eh}$

Рис.35




Эпюры $\bar{N}_1$ $N = \bar{N}_1\frac{P}{a}$

Рис.36

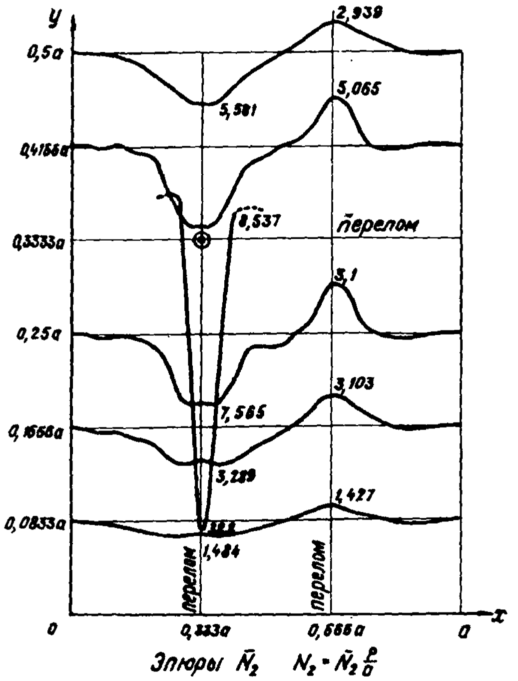

y
0,5a
0,4166a
0,3333a
0,25a
0,1666a
0,0833a
0
0,333a
0,666a
a
x
2,939
5,581
5,065
8,537
перелом
3,1
7,565
3,103
3,289
1,427
1,484
перелом
перелом
Элюры $\bar{N}_2$ $N_2 = \bar{N}_2 \frac{p}{a}$

Рис.37

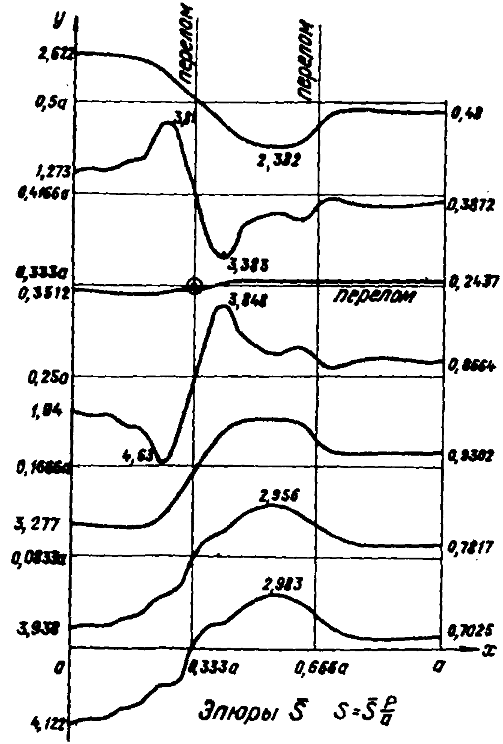

y
перелом
перелом
2,622
0,5a
0,48
2,382
1,273
0,4166a
0,3872
3,383
0,333a
0,3512
0,2437
перелом
3,848
0,8664
0,250
1,84
4,63
0,1666a
0,9302
3,277
2,956
0,7817
0,0833a
3,938
2,983
0,7025
a
0,333a
0,666a
a
x
4,122
Элюры $\bar{S}$ $S = \bar{S} \frac{p}{a}$

Рис.38

меняя при этом знак. Что касается сдвигающих усилий, то таковые вдоль переломов, соответствующих загруженной вершине, равны нулю и по мере удаления от указанных переломов по направлениям к ближайшим диафрагмам оболочки возрастают. В направлениях к более удаленным диафрагмам сначала возрастают, а затем быстро затухают, не принимая нулевых значений.

В заключение отметим, что в рассмотренных примерах при расчете оболочек на распределенную нагрузку, в разложениях расчетных величин учитывался 81 член ряда, в расчетах на сосредоточенную нагрузку учитывалось 196 членов ряда.

## Программа

```
'BEGIN''REAL'CI,C2,C3,Г ,QH,AI,A2,A3,A4,
X,Y,U,NYI,NY2,SY,
ПИ,T,BI,B2,P,Q,M,N,SI,S2,XI,YI,UI,TI,RI,
R2,MOI,MO2,MOK,UZ,TH,UИ ;
'INTEGER'F,FI,H,HI,H2; FI:=50;F:=9;
'BEGIN'H:=FxFI/IO;HI:=H+2;FI:=FI+5;
'BEGIN''REAL''ARRAY'C[I:F,I:F],A[I:H,I:H],
D[I:H],
E[I:F,I:F], BI5[I:HI], B25[I:HI];
'INTEGER'I,J,K,PI,QI,MI,NI,L;
    'PROCEDURE'SUMI(XI,YI,UI,TI,SI); 'RE-
    AL'XI,YI,UI,TI,SI;'BEGIN'SI:=S2:=0;
'FOR'BI:=,25,,75'DO'
'BEGIN'B2:=BIxПИ ;X:=XIxB2;
Y:=YIxB2;U:=UIxB2;
T:=TIxB2;SI:=SI+SIN(X)xSIN(Y);
S2:=S2+SIN(U)xSIN(T)'END';
'IF'UI=0'THEN''GO TO'NR'ELSE'SI:=SIxS2;
NR:'END';
     'PROCEDURE'SUM(XI,YI,UI,TI,SI);'REAL'
     XI,YI,UI,TI,SI;'BEGIN'SI:=S2
'FOR'BI:=0.25'STEP'0.25'UNTIL'0.75'DO'
'BEGIN'B2:=BIxПИ ;X:=XIxB2;
Y:=YIxB2;U:=UIxB2;
T:=TIxB2;SI:=SI+SIN(X)xSIN(Y);
S2:=S2+SIN(U)xSIN(T)'END';
'IF'UI=0'THEN''GO TO'NR'ELSE'SI:=SIxS2;
NR:'END';
'PROCEDURE' AXMED; 'BEGIN'
    'FOR'Y:=0'STEP',I25'UNTIL',50I'DO'
'BEGIN''FOR'X:=0'STEP'.02'UNTIL'.24I,.25,
.26'STEP'.02'UNTIL'.50I'DO'
    'BEGIN'MOI:=MO2:=MOK:=NYI:=NY2:=SY:=
    UZ:=UИ :=RI:=R2:=0;
     M:=I;'FOR'MI:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN'N:=I;'FOR'NI:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
    'BEGIN'BI:=MxПИ xX; B2:=NxПИ xY;
MOI:=MOI-QHxM↑2xПИ↑2xE[MI,NI]xSIN(BI)x
SIN(B2);
MO2:=MO2-QHxN↑2xПИ↑2xE[MI,NI]xSIN(BI)x
```

```
SIN(B2);
MOK:=MOK-QHxMxNxПИ↑2xE[MI,NI]xCOS(BI)x
COS(B2);
NYI:=NYI+M↑2xПИ↑2xC[MI,NI]xSIN(BI)xSIN
(B2);
    NY2:=NY2+N↑2xПИ↑2xC[MI,NI]xSIN(BI)x
    SIN(B2);
    SY:=SY-MxNxПИ↑2xC[MI,NI]xCOS(BI)xCOS
    (B2);
RI:=RI+QHxПИ↑3x(M↑3+MxN↑2)xE[MI,NI]xCOS
(BI)xSIN(B2);
R2:=R2+QHxПИ↑3x(N↑3+NxM↑2)xE[MI,NI]xSIN
(BI)xCOS(B2);
UZ:=UZ-E[MI,NI]xSIN(BI)xSIN(B2);N:=N+2
'END';M:=M+2
'END';PIO4I(X,Y);PIO4I(MOI,MO2,MOK,UZ,
NYI,NY2,SY,RI,R2);END;END;END;
ПИ:=3,I4I5926; Г:=+.4;CI:=2/ПИ↑2; QH=I/
(I08xIO↑4); C3:=24.99II4236/IO↑5;
    K:=I;P:=I;'FOR'PI:=I'STEP'I'UNTIL'F
    'DO'
'BEGIN'Q:=P;'FOR'QI:=PI'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN''FOR'I:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN''FOR'J:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'C[I,J]
:=0
'END';BI:=ПИ 4x(P↑2+Q↑2)↑2/(432xIO↑4);
C[PI,QI]:=BI;'GO TO'BII;
BO:D[K]:=-4/(PxQxПИ↑2);
K:=K+I,Q:=Q+2'END';P:=P+2;'END';
POI65(I,'Ш'EQV'40//xx');
PO037(A,BI5,B25);PO033(A,D,BI5);PIO4I
(BI5);
    'GO TO'B5;
BII:N:=I;'FOR'NI:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN'AI:=P↑4xГ↑2/(P↑2 +N↑2)↑2;
A2:=Q↑4xГ↑2/(N↑2+Q↑2)↑2;
    M:=I;'FOR'MI:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN'SUM(M,N,Q,N,A3);SUM(M,N,N,P,A4);
BI:=AIxA3;B2:=A2xA4;
    C[PI,MI]:=C[PI,MI]+BI;C[MI,QI]:=C[MI,
    QI]+B2;
    M:=M+2'END';N:=N+2'END';
    N:=I;'FOR'NI:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
```

```
'BEGIN'AI:=N↑2xP↑2x ↑ 2/(P↑2+N↑2)↑2;
    A2:=N↑2xQ↑2xΓ↑2/(Q↑2+N↑2)↑2;
M:=I;'FOR'MI:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN'SUM(M,P,N,Q,A3);SUM(M,Q,N,P,A4);
BI:=AIxA3;B2:=A2xA4;
C[NI,MI]:=C[NI,MI]+BI;C[MI,NI]:=C[MI,NI]
+B2;
    M:=M+2'END';N:=N+2'END';
    AI:C3xQ↑4; A2:=C3xP↑4;
M:=I;'FOR'MI:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN'U:=T:=0;SUMI(M,Q,U,T,R2);SUMI(M,P,
U,T,RI);
A3:=RIxAI;A4:=R2xA2;
C[MI,QI]:=C[MI,QI]+A3;C[PI,MI]:=C[PI,MI]+
A4;
    M:=M+2'END';
    'B4:'FOR'I:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN''FOR'J:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN''IF'I=J'THEN''GO TO'M9'ELSE'
C[I,J]:=C[I,J]+[J,I]; M9:'END''END';
    L:=I; NI:=F;'FOR'I:=I'STEP'I'UNTIL'F
    'DO'
'BEGIN''FOR'J:=I'STEP'I'UNTIL'NI'DO'
    'BEGIN'MI:=J+I-I; A[K,L]:=C[I,MI];
L:=L+I'END';NI:=NI-I'END';'GO TO'BO;
B5:K:=I;'FOR'I:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'FOR'J:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN'E[I,J]:=E[J,I]:=BI5[K];K:=K+I'END';
    PIO4I(E);
P:=I;'FOR'PI:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN'Q:=I;'FORQI:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN'AI:=CIxP↑2/(P↑2+Q↑2)↑2;
    A2:=CIxQ↑2/(P↑2+Q↑2)↑2;A3:=0;
    M:=I;'FOR'MI:=I'STEP'I'UNTIL'F'DO'
'BEGIN'RI:=SIN(MxПИ /2)xSIN(PxПИ /2);
    R2:=SIN(MxПИ /2)xSIN(QxПИ /2);
A3:=A3-AIxΓ xR2xE[PI,MI]-A2xΓ xRIxE[MI,QI];
M:=M+2'END';C[PI,QI]:=A3;
    Q:=Q+2'END';P:=P+2'END';PIO4I(C);
AXMED;'END''END''END';
```

## Примечания к программе

1. Программа составлена для расчета граненых оболочек на квадратном плане, подкрепленных ребрами и без них. Очертание сечений оболочек плоскостями $OXZ$ и $OYZ$ идентично. Взаимные углы между гранями равны.

2. В программе координаты расположения ребер равны $0{,}25a$, $0{,}75a$. При ином расположении ребер необходимо в строке № 9 произвести соответствующие изменения.

3. При расчете оболочек без ребер необходимо между строками № 66 и № 67 добавить строку № 66[a] - GO TO B4.

4. Программа составлена с учетом расположения переломов в оболочках, соответствующих координатам $0{,}25a$; $0{,}5a$; $0{,}75a$. При другом расположении переломов необходимо в строке № 16 произвести соответствующие изменения.

5. В программе принято, что взаимные углы между гранями равны $\vartheta_m = \vartheta_n = 0{,}4$. При других значениях $\vartheta_m$, $\vartheta_n$ в строке № 39 необходимо ввести соответствующие исходные данные

$$\left(\Gamma = \vartheta_n,\ QH = \frac{1}{12\left(\frac{a}{\delta}\right)^2},\ C_3 = \frac{J_z \pi^4}{2\delta a^3}\right).$$

6. Программой предусмотрена следующая последовательность выдачи результатов машиной:

а) коэффициенты $W_{\mu\nu}$,

б) коэффициенты $F_{\mu\nu}$,

в) координаты точек оболочки и значения, соответствующие этим точкам, искомых величин: $M_1$, $M_2$, $H$, $N_1$, $N_2$, $S$, $Q_1$, $Q_2$.

## Глава 3

# РАСЧЕТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПОКРЫТИЙ ИЗ ОБОЛОЧЕК ТИПА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА

### Общие положения

3.1. В третьей главе рассмотрено предельное равновесие отдельно стоящих железобетонных оболочек типа гиперболического параболоида с квадратным планом и железобетонных покрытий, состоящих из четырех таких оболочек.

Срединная поверхность оболочек представляет собой часть поверхности гиперболического параболоида, ограниченную линиями, параллельными ассимптотам.

Оболочки армируются регулярной сеткой, расположенной по середине их толщины, угловыми стержнями, нормальными к биссектрисам углов, и контурными стержнями, расположенными по углам оболочки (обычно в окаймляющих контурных балках).

3.2. Расчет несущей способности ведется кинематическим методом теории предельного равновесия. В стадии предельного равновесия оболочка расчленяется на жесткие диски, соединенные линиями текучести, где происходят пластические деформации.

Для опертых по контуру оболочек со смещаемыми нижними углами упругие деформации дисков считаются малыми по сравнению с пластическими и в расчете не учитываются.

Для вычисления несущей способности оболочек с несмещаемыми нижними углами следует учитывать первоначальную стрелу подъема за вычетом прогиба при нормативной нагрузке.

Для рассматриваемого класса оболочек могут возникнуть линии текучести трех видов: цилиндрические шарниры текучести, в которых происходит взаимное вращение смежных дисков относительно нейтральной оси сечения, линии разрыва, в которых бетон разрушен и связь обеспечивается только растянутой арматурой, и линии сжатия, где предполагаются пластические деформации сжатого бетона. По линиям текучести напряжения в растянутой арматуре равны пределу текучести и весь сжатый бетон претерпевает пластические деформации. Арматура сжатой зоны в расчетах не учитывается. Принимается, что распределение деформаций в сечении каждой линии текучести отвечает гипотезе плоских сечений.

3.3. Вследствие пологости оболочки для получения расчетных зависимостей используется схема линий текучести, образуемая проекциями линий текучести на плане оболочки. Расчет несущей способности оболочек сводится к определению минимальной величины интенсивности равномерно распределенной нагрузки, обращающей конструкцию в механизм.

3.4. Величина несущей способности $q$ включает собственный вес оболочки и контурных ребер.

Интенсивность предельной полезной нагрузки будет

$$p = q - g - g_э , \qquad (3.1)$$

где $g$ – равномерно распределенная нагрузка от собственного веса оболочки;

$g_э$ – эквивалентная по работе внутренних сил равномерно распределенная нагрузка от собственного веса контурных ребер.

Формулы для определения эквивалентной нагрузки от ребер приводятся в дальнейшем для каждого случая опирания оболочки.

### Отдельно стоящие оболочки в виде равностороннего гиперболического параболоида с прямолинейными краями

3.5. Срединная поверхность оболочки описывается уравнением

$$z = \frac{f^o}{l} \left( x + y - \frac{2xy}{l} \right) , \qquad (3.2)$$

где $l$ – длина стороны квадратного плана;

$f^o$ – стрела подъема оболочки.

Координатная плоскость $xy$ проходит через нижние углы оболочки, ось $z$ направлена вверх и проходит через один из этих углов.

3.6. Отдельно стоящие оболочки опираются на нижние углы или по всему контуру.

В первом случае рекомендуется устранить горизонтальные смещения углов (опирание типа двухшарнирной арки), воспринимая распор контрфорсами или достаточно жесткой затяжкой.

Оболочка может работать также без восприятия распора (опирание балочного типа) или с частичным его восприятием затяжкой (опирание типа арки с затяжкой).

Во втором случае возможно свободное (односторонние связи) или шарнирно подвижное (радиально шарнирное) опирание по контуру. При закреплении нижних углов оболочки от горизонтального смещения края ее приподнимаются с опор (для радиально шарнирного опирания возникают отрицательные реакции) и оболочка вплоть до исчерпания несущей способности опирается только на нижние углы.

3.7 Отдельно стоящие оболочки обычно окаймляются по контуру ребрами сечением $b_p \times h_p$. Примыкание оболочки осуществляется у верхней грани ребра.

Армирование производится сеткой с квадратной ячейкой размерами $u \times u$ см из стальных стержней сечением $F_i$. Сетка располагается по середине толщины оболочки $\delta$.

3.8. Соотношения сечения арматуры и марки бетона должны соответствовать следующим условиям:

- для линии разрыва

$$F_i R_a^н > \delta u R_p^н , \tag{3.3}$$

- для цилиндрических шарниров текучести

$$F_i R_a^н > \frac{R_u^н R_p^н \delta u}{R_u^н + R_p^н} , \tag{3.4}$$

где $R_a^н$ – предел текучести мягкой стали или условный предел текучести холоднотянутой проволоки;

$R_p^н$ – нормативное сопротивление бетона на растяжение;

$R_u^н$ – нормативное сопротивление бетона сжатию при изгибе.

## Оболочки, опертые на нижние углы

3.9. В оболочках, опертых на нижние углы, необходимо эти углы утолщить на протяжении $0,2\,l$ вдоль сторон контура. Опорные зоны оболочек рекомендуется усиливать угловой арматурой, устанавливаемой в плите перпендикулярно к биссектрисе угла на протяжении не менее $0,1\,l$ вдоль сторон контура.

3.10. Оболочки, опертые на нижние углы, закрепленные от горизонтального смещения, в стадии предельного равновесия разрушаются по двухконсольной схеме излома (рис. 39).

Для двухконсольной схемы излома возможны два случая расположения нейтральной оси линии излома: в пределах оболочки (рис. 39,г) и в пределах ребер (рис.39,д).

В первом (рис.39,г) случае положение нейтральной оси определяется абсциссой

$$x_0 = 0,5\,\psi_1 l, \qquad (3.5)$$

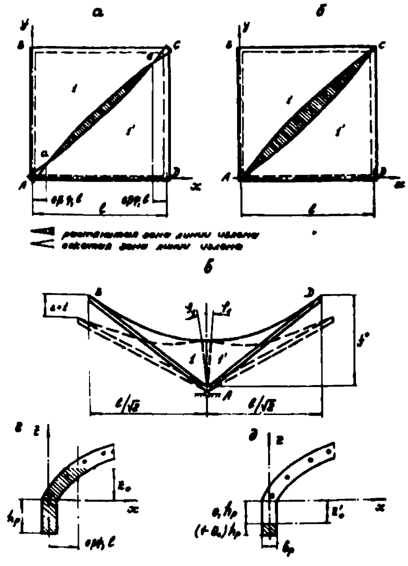


Рис.39

где

$$\psi_1 = \frac{1 + \omega\zeta - S\eta}{1 + \omega + S} > 0$$ – характеристика сжатой зоны линии излома;

$$\omega = \frac{F_1 R^н_{a1}}{u_1} : \frac{F_i R^н_a}{u}$$ – отношение погонных предельных усилий угловой арматуры и сетки;

$0{,}5\zeta l$ – расстояние от угла оболочки, на протяжении которого поставлена угловая арматура;

$S = \dfrac{\delta u R^{н}_{пр}}{F_i R^{н}_{a}}$ – отношение погонных предельных усилий сжатой и растянутой зон;

$R^{н}_{пр}$ – нормативное сопротивление бетона осевому сжатию;

$\eta = \dfrac{2 b_p h_p}{\delta l}$ – отношение площадей сечения бетона ребра на линии излома и оболочки.

Если $\psi_1 < 0$, то имеет место второй случай (рис. 39,д), и положение нейтральной оси определяется ординатой

$$z_o = \theta_1 h_p \,, \tag{3.6}$$

где

$\theta_1 = \dfrac{S\eta - 1 - \omega\zeta}{S\eta}$ – характеристика растянутой зоны ребра.

3.11. Расчет несущей способности оболочек, опертых на нижние углы, закрепленные от горизонтальных смещений, ведется по формуле

$$q = \frac{2F_i R^{н}_{a} f^{o}}{u l^2} K_i \,. \tag{3.7}$$

Коэффициенты $K_i$ определяются из следующих зависимостей. При наличии контурных ребер и углового армирования:

– для первого случая $(\psi_1 > 0)$

$$K_i = K_1 = 2 + 1{,}5 S\eta t + \omega\zeta^2(3-\zeta) - 6(1+\omega\zeta - S\eta)\psi_1 +$$

$$+ 3\left[2 + \omega(1-\zeta) + S(1-\eta)\right]\psi_1^2 - 2(1+\omega+S)\psi_1^3 \,,$$

где $t = \dfrac{2h_p}{f^{o}}$ – отношение высоты контурного ребра в сечении по линии излома к половине стрелы подъема оболочки:

– для второго случая ($\psi_1 < 0$)

$$K_i = K_2 = 2 + \omega\zeta^2(3-\zeta) + 3t\theta_1(1+\omega\zeta) + 1{,}5S\eta t(1-\theta_1)^2 .$$

При отсутствии углового армирования:

– для первого случая

$$K_i = K_3 = 2 + 1{,}5S\eta t - 6(1-S\eta)\psi_1 + 3\left[2+S(1-\eta)\right]\psi_1^2 - -2(1+S)\psi_1^3 ,$$

– для второго случая

$$K_i = K_4 = 2 + 3t\theta_1 + 1{,}5S\eta t(1-\theta_1)^2 .$$

Для оболочек без контурных ребер, но с угловой арматурой (случай опирания на диафрагмы, не связанные между собой)

$$K_i = K_5 = 2 + \omega\zeta^2(3-\zeta) - 6(1+\omega\zeta)\psi_1 + +3\left[2 + S + \omega(1-\zeta)\right]\psi_1^2 - 2(1+\omega+S)\psi_1^3 .$$

Величины коэффициентов $K_i$ для двухконсольной схемы излома при $t = 0{,}25$ и некоторых значениях параметров $S$, $\eta$, $\omega$ и $\zeta$ приведены в табл.1 приложения 4.

3.12. При вычислении предельной интенсивности полезной нагрузки по формуле (3.1) для данного случая опирания оболочки эквивалентная нагрузка от собственного веса ребер определяется выражением

$$g_э = \gamma_δ \delta \eta (2c+1), \tag{3.8}$$

где $\gamma_δ$ – объемный вес бетона ребер;
$c$ – отношение высоты ребра в нижнем и верхнем углах оболочки.

3.13. Оболочки, опертые на нижние углы, соединенные затяжкой, допускающей горизонтальное смещение, в стадии предельного равновесия разрушаются по балочной схеме излома (рис.40).

В сечении по линии излома возможны два случая расположения нейтральной оси: ниже контурных ребер (рис.40,в) и в пределах ребер (рис.40,г).

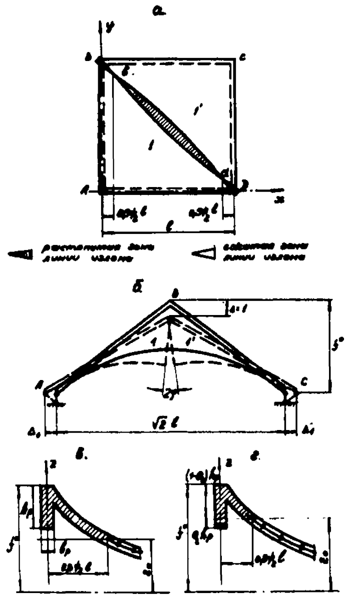


Рис.40

Положение нейтральной оси линии излома определяется абсциссой

$$x_o = 0{,}5\ \psi_2 l. \qquad (3.9)$$

Для первого случая

$$\psi_2 = \frac{1 - S\eta + 0{,}5\nu m}{1 + S} > \qquad (3.10)$$

$$> 1 - \sqrt{1 - t}\,.$$

Если $\psi_2 < 1 - \sqrt{1 - t}$, то имеет место второй случай и для определения положения нейтральной оси следует пользоваться коэффициентом

$$\psi_2 = \frac{t + St + 2S\eta - \sqrt{(t + St + 2S\eta)^2 - 4S\eta t\left[1 + m(n + 0{,}5\nu)\right]}}{2S\eta}\,, \qquad (3.11)$$

где $m = \dfrac{2u}{l}$ – отношение шага арматуры сетки к половине стороны квадратного плана оболочки;

$n = \dfrac{F_p R^н_{ap}}{F_i R^н_a}$ – отношение усилий текучести арматуры ребра в сечении по линии излома и одного стержня сетки.

При отсутствии контурных ребер положение нейтральной оси может быть вычислено с помощью коэффициента

$$\psi_2 = \frac{1}{1 + S} \qquad (3.12)$$

3.14. Расчет несущей способности оболочки с затяжкой производится по формуле

$$q = \frac{2 F_i R_a^н f^\circ}{u l^2} (K_j + K_\nu), \tag{3.13}$$

где $K_\nu = 1{,}07 m \nu (1 - \psi_2 + 0{,}5\psi_2^2)$;

$\nu = \dfrac{F_з R_{aз}^н}{F_i R_a^н}$ – отношение усилий текучести в затяжке и одном стержне сетки.

Зависимости для вычисления коэффициента $K_j$ различны для разных положений нейтральной оси:

– в первом случае (нейтральная ось ниже ребер)

$$K_j = K_6 = 1 - 0{,}75 S\eta t - 3(1 - S\eta)\psi_2 + 1{,}5(2 + S - S\eta)\psi_2^2 - (1 + S)\psi_2^3,$$

– во втором случае (нейтральная ось пересекает ребра)

$$K_j = K_7 = 1 + 1{,}05mnt - 3(1 + 0{,}7mn)\psi_2 + 3(1 + 0{,}5S + \lambda +$$

$$+ 0{,}35mn)\psi_2^2 - (1 + S + 3\lambda)\psi_2^3 + 0{,}75\lambda\psi_2^4,$$

где $\lambda = \dfrac{S\eta}{t}$,

– для оболочки без окаймляющих ребер

$$K_j = K_8 = 1 - 3\psi_2 + 1{,}5(2 + S)\psi_2^2 - (1 + S)\psi_2^3.$$

Расчет несущей способности оболочки без затяжки ведется по формуле (3.13), в которой принимается $K_\nu = 0$.

Коэффициенты $K_6 + K_\nu$ и $K_7 + K_\nu$ (при отсутствии затяжки $K_6$ и $K_7$) для определения несущей способности оболочки при некоторых сочетаниях параметров приведены в табл.2 приложения 4.

3.15. Сечение затяжки, обеспечивающее несмещаемость нижних углов оболочки, находится из неравенства

$$F_з \geqslant \bar{\nu} \frac{F_i R_a^н}{R_{aз}^н} . \qquad (3.14)$$

Значение коэффициента $\bar{\nu}$ определяется из сопоставления величин несущей способности оболочки, вычисленных по формулам (3.7) и (3.13):

$$\bar{\nu} = \frac{K_i - K_j}{1{,}07\, m (1 - \psi_2 + 0{,}5 \psi_2^2)} . \qquad (3.15)$$

Величины $K_i$ и $K_j$ вычисляются для соответствующих параметров рассматриваемой оболочки. Вычисление $\psi_2$ и $K_j$ проводится для оболочки без затяжки, т.к. влияние сечения затяжки на эти величины незначительно (порядка 4%).

3.16. В данном случае при вычислении предельной интенсивности полезной нагрузки по формуле (3.1) эквивалентная нагрузка от собственного веса ребер равна

$$q_э = \gamma_б \delta \eta (c + 0{,}5) . \qquad (3.16)$$

## Оболочки, опертые по контуру

3.17. Угловые зоны оболочек рекомендуется усиливать арматурой, перпендикулярной к биссектрисе угла. При наличии окаймляющих ребер пересечение их в углу должно быть надежно заармировано. Утолщение оболочки в угловой зоне при отсутствии упоров или затяжки не требуется.

3.18. Оболочки с радиально-шарнирным опиранием по контуру имеют схему излома, состоящую из пяти дисков (рис.41,а) – центрального и четырех приконтурных. Превращение конструкции в механизм в стадии предельного равновесия происходит с образованием двух нейтральных плоскостей, линии пересечения которых проектируются в плане на диагональ, соединяющую нижние углы.

В линиях излома, исходящих из нижних углов А и С, имеет место растяжение; по контуру центрального диска и в верхних углах (рис.41,в)–изгиб.

С целью упрощения расчетных формул принимаем, что ось взаимного вращения дисков 2-3 (5-4) проходит через точки В и $b$ (D и d) (рис.41,г) и в линиях излома верхних углов учитывается растяжение. Принятое допущение приводит в обычных случаях к погрешности порядка 1,5%.

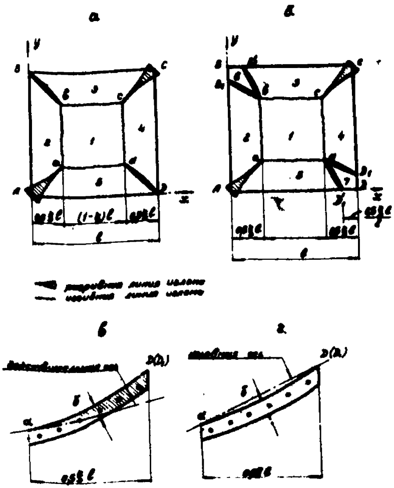


Рис.41

3.19. В качестве параметра схемы излома принимается коэффициент $\xi$, характеризующий положение в плане центрального диска. Коэффициент $\xi$ определяется из уравнения:

$$(2L - E)\xi^4 - 2(2L + D)\xi^3 + 3(D + E - C)\xi^2 + \qquad (3.17)$$
$$+ 6C\xi - 3C = 0,$$

где

$$C = 4k + \sqrt{2}\,mn\,(2\chi t + k);$$

$$D = 2\omega k + 2\sqrt{2}\,mn;$$

$$E = 2(1 + \omega) - \sqrt{2}\,mn;$$

$$L = 2(1 + \omega) - 0,5;$$

$S_u = \dfrac{u\,\delta\,R_u^{н}}{F_i\,R_a^{u}}$ – отношение предельной прочности сжатого бетона к предельному растягивающему усилию арматуры в пластическом шарнире текучести;

$k = \dfrac{\delta}{f^\circ}$ – отношение толщины оболочки к стреле подъема;

$\chi h_p$ – расстояние от центра тяжести арматуры ребра до срединной поверхности оболочки.

3.20. Несущая способность оболочки вычисляется по формуле (3,7). Коэффициент $K_i$ находят из выражения

$$K_g = \frac{1{,}5C + 1{,}5D\xi + 1{,}5E\xi^2 - L\xi^3}{\xi(3 - 3\xi + \xi^2)} . \qquad (3.18)$$

3.21. Усиление оболочки постановкой затяжки, соединяющей нижние углы, требует устройства в этих углах утолщений, обеспечивающих их от разрушения возникающим усилием распора.

Усилие распора можно определить по формуле

$$H = \frac{\sqrt{2}\, F_i R_a^н f^\circ}{2u} \vartheta m (2 - \xi) . \qquad (3.19)$$

3.22. При расчете оболочки с затяжкой пользуются формулами (3.17) и (3.18), в которых величины $D$ и $E$ заменяют на $D'$ и $E'$, имеющие следующий вид:

$$D' = 2k\omega + \sqrt{2}\, m (2n + \vartheta) ;$$

$$E' = 2(1 + \omega) - 0{,}5\sqrt{2}\, m (2n + \vartheta) .$$

Несущая способность оболочки определяется по формуле (3.7).

3.23. Для оболочек без окаймляющих ребер расчетные формулы упрощаются. Параметр схемы излома $\xi$ определяется из выражения:

$$\left[2(1+\omega) - 1\right]\xi^4 - 2\left[3 + 4\omega(1 + 0{,}5k)\right]\xi^3 + 6\left[1 + \omega(1+k)\right]\xi^2 + 24k\xi - 12k = 0 . \qquad (3.20)$$

Несущая способность вычисляется по формуле (3.7). Коэффициенты $K_i$ определяются из выражения:

$$K_i = K_{10} - \frac{6k + 3k\omega\xi + 3(1+\omega)\xi^2 - 0{,}5\left[4(1+\omega)-1\right]\xi^3}{\xi(3 - 3\xi + \xi^2)} . \quad (3.21)$$

Коэффициенты $\xi$ для определения схемы излома и $K_9$, $K_{10}$, для вычисления несущей способности радиально-шарнирно опертых по контуру оболочек приведены в табл.3 приложения 4.

3.24. Перед расчетом следует провести сравнение параметра $\nu$, соответствующего принятой затяжке, с $\bar{\nu}$, входящим в выражение для определения предельного сечения затяжки (3.14).

Значение параметра $\bar{\nu}$ находят из условия равенства коэффициентов $K_i$ по двухконсольной и пятидисковой схемам излома

$$\bar{\nu} = \frac{(K_i + L)\xi^3 - 3(K_i + 0{,}5E)\xi^2 + 3(K_i - 0{,}5D)\xi - 1{,}5C}{0{,}75\sqrt{2}\; m\, \xi\,(2 - \xi)}, \quad (3.22)$$

где значение параметра $\xi$ определяется из уравнения

$$(K_i + L)\xi^6 - 7(K_i + L)\xi^5 + 1{,}5(12K_i + 10L + 2E + D)\xi^4 -$$

$$-3(7K_i + 4L - C + 1{,}5D + 3E)\xi^3 + 1{,}5(6K_i - 8C + 3D + 6E)\xi^2 + 18C\xi - 9C = 0. \quad (3.23)$$

В обоих выражениях $K_i$ – коэффициент для двухконсольной схемы излома.

Если $\nu < \bar{\nu}$, то расчет ведется по формулам пятидисковой схемы излома. В противном случае ($\nu > \bar{\nu}$) следует уменьшить сечение затяжки до граничного (формуле (3.14) и вести расчет по формулам двухконсольной схемы излома.

Для выбора расчетной зависимости можно также провести сравнение коэффициентов табл.1 и 3 приложения 4, соответствующих параметрам рассчитываемой оболочки. Расчет ведется по тем формулам, которые дают меньшую величину несущей способности.

3.25. Оболочки, свободно (односторонне) опертые по контуру, характерны тем, что при действии равномерно распределенной нагрузки верхние углы их приподнимаются с опор и в схеме излома образуются угловые диски 6 и 7 (рис.41,б).

Отрезок $\xi_1 \frac{l}{2}$, определяющий угловой диск, для оболочек с различными параметрами близок к размеру $0,5\,\xi \frac{l}{2}$. Поэтому для удобства построения расчетных зависимостей в дальнейшем принято $\xi_1 = 0,5\xi$.

В обеих линиях излома, ограничивающих угловой диск, возникает изгиб. Принятое в п.3.18 допущение позволяет учитывать в этих линиях излома только растяжение.

3.26. Параметр схемы излома $\xi$ определяется в этом случае из уравнения

$$(P-0,47N)\xi^4 - 2(P+0,47M)\xi^3 + (M+N-1,41G)\xi^2 + 2G\xi - G = 0, \qquad (3.24)$$

где

$$G = 4k + \sqrt{2}\,mn(2,58\,\chi t + k);$$

$$M = k(2\omega - 1) + 2\sqrt{2}\,mn;$$

$$N = 2(1+\omega) - \sqrt{2}\,mn;$$

$$P = 1,19 + 1,33\,\omega.$$

3.27. Несущая способность оболочек, свободно опертых по контуру, вычисляется по формуле (3.7), при этом коэффициент равен:

$$K_i = K_{11} = \frac{G + M\xi + N\xi^2 - P\xi^3}{\xi(2 - 2\xi + 0,94\xi^2)}. \qquad (3.25)$$

3.28. Свободно опертые по контуру оболочки с затяжкой должны в углах утолщаться. Усилие распора для расчета утолщения определяется по формуле (3.19).

Для расчета несущей способности оболочки с затяжкой можно воспользоваться формулами (3.26) и (3.27). При этом вместо величин $M$ и $N$ следует пользоваться соответственно величинами

$$M' = k(2\omega - 1) + \sqrt{2}\, m\,(2n + \nu);$$

$$N' = 2(1 + \omega) - 0{,}5\sqrt{2}\, m\,(2n + \nu).$$

3.29. Предельное сечение затяжки, при котором возможно образование как семидисковой, так и двухконсольной схемы излома, определяется по формуле (3.14), а значение параметра $\nu$ находится из выражения

$$\bar{\nu} = \frac{(0{,}94K_i - P)\xi^3 - (2K_i + N)\xi^2 + (2K_i - M)\xi - G}{0{,}5\sqrt{2}\, m\, \xi\,(2 - \xi)}. \qquad (3.26)$$

Значение параметра $\xi$ определяется из уравнения

$$(0{,}94K_i + P)\xi^6 - (5{,}76K_i + 6{,}12P)\xi^5 + (12K_i + M + 2N + 10{,}6P)\xi^4 - (12{,}24K_i - 2G + 2{,}1M + 4{,}2N + 8{,}48P)\xi^3 + (4{,}24K_i + 0{,}48G + 2{,}12M + 4{,}24N)\xi^2 + 8{,}48G\xi - 4{,}24G = 0. \qquad (3.27)$$

В обоих выражениях коэффициент $K_i$ находится по формулам для двухконсольной схемы излома.

3.30. Оболочки без окаймляющих ребер рассчитываются по упрощенным зависимостям.

Параметр схемы излома определяется из выражения

$$[16(1+\omega) - 5{,}6]\xi^4 - [(1+\omega)(108 + 76{,}5k) - 89{,}2k - 11{,}2]\xi^3 + [324{,}5k + (1+\omega)(54 - 81k)]\xi^2 + 324k\xi - 162k = 0 \qquad (3.28)$$

Несущая способность вычисляется по формуле (3.7). Величины коэффициента $K_i$ определяются из выражения

$$K_i = K_{12} = \frac{18k + 3k(3\omega - 0{,}5)\xi + 9(1+\omega)\xi^2 - 6[(1+\omega) - 0{,}1]\xi^3}{\xi(9 - 9\xi + 4{,}25\xi^2)}. \qquad (3.29)$$

Параметры $\xi$ для определения схемы излома и коэффициенты $K_{11}$, $K_{12}$ для вычисления несущей способности, свободно опертых по контуру оболочек, приведены в табл.4 приложения 4.

## Покрытия в виде системы из четырех оболочек

3.31. Сборные железобетонные покрытия в виде системы из четырех оболочек, каждая из которых очерчена по поверхности гиперболического параболоида, применяются в промышленных зданиях и общественных сооружениях. Наибольшее распространение получили три вида сочетания оболочек (рис.42): покрытие с горизонтальными коньками, покрытие с наклонными коньками и поднятыми углами, покрытие с наклонными коньками и плоским контуром.

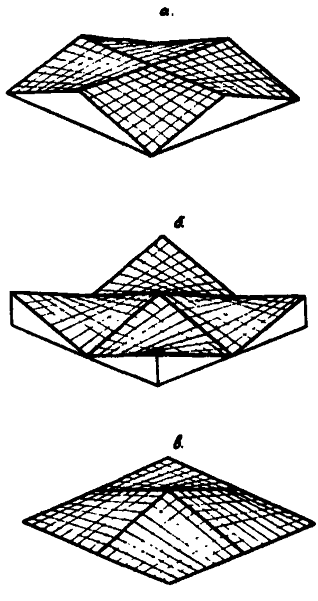


Рис.42

Покрытие с поднятыми углами состоит из оболочек в виде равносторонних гиперболических параболоидов, остальные два типа покрытий представляют собой сочетания из оболочек, имеющих форму неравносторонних гиперболических параболоидов.

3.32. В покрытии с горизонтальными коньками соприкасающиеся края смежных оболочек замоноличиваются во взаимно перпендикулярных коньковых балках постоянного сечения. По контуру покрытия оболочки опираются на треугольные фермы, не связанные между собой, или на стены. При этом необходимо обеспечить передачу сдвигающих сил вдоль всего контура.

В покрытиях из равносторонних оболочек соприкасающиеся края оболочек замоноличиваются в наклонных коньковых балках, высота которых увеличивается от центра покрытия к краям. На контуре края оболочек окаймляются балками, высота которых также возрастает от углов к серединам сторон контура. Нижние углы оболочек соединяются железобетонными затяжками, исключающими горизонтальное смещение.

Покрытие с плоским контуром также имеет наклонные коньковые балки переменной высоты. По контуру устраивается окаймляющая рама постоянного сечения, середины сторон которой соединяются диагональными затяжками.

### Покрытие с горизонтальными коньками

3.33. Срединная поверхность каждой оболочки, входящей в покрытие, описывается уравнением

$$z = f^{\circ}\left(1 - \frac{xy}{l^2}\right). \tag{3.30}$$

Координаты оси $x$ и $y$ располагаются в плоскости нижних углов покрытия и направлены вдоль проекций коньков, ось $z$ проходит через середину покрытия и направлена вверх.

Армирование оболочек покрытий осуществляется так же, как и отдельных оболочек.

Для восприятия сжимающих усилий в нижних углах покрытия на протяжении $0{,}2l$ вдоль сторон квадратного плана устраиваются утолщения. При этом толщина набетонки не должна превышать толщину оболочки. Угловые зоны покрытия рекомендуется усиливать постановкой арматуры, перпендикулярной к биссектрисе угла.

Коньковые балки в местах сопряжения целесообразно устраивать над оболочкой.

3.34. Схема излома покрытия из четырех оболочек с горизонтальными коньками в общем случае состоит из пяти дисков (рис.43,а).

При наличии коньковых балок, расположенных выше оболочки, нейтральная плоскость может пересекать либо оболочку (рис.43,в), либо коньковую балку (рис.43,г). В последнем случае в схеме излома центральный диск отсутствует (рис.43,б). Положение нейтральной плоскости для схемы, приведенной на рис.43,в, определяется абсциссой

$$x_o = 0{,}5\,\psi_3 l, \tag{3.31}$$

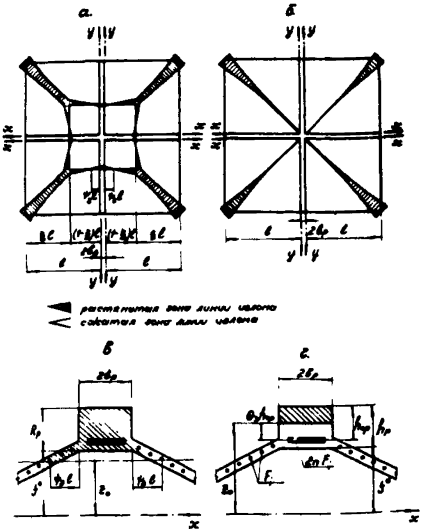


Рис. 43

где

$$\psi_3 = \frac{1 + \omega\zeta - 0{,}5S\eta}{1 + S} \geqslant 0 \text{ -}$$

характеристика сжатой зоны линии излома.

Если $\psi_3 < 0$, то имеет место второй случай (рис.43,г), и положение нейтральной плоскости определяется ординатой

$$z_0 = \theta_3 h_{op}\,, \qquad (3.32)$$

где

$$\theta_3 = \frac{S\eta - 2 - 2\omega\zeta - mn}{S\eta} \text{ -}$$

характеристика растянутой зоны коньковой балки.

3.35. Несущая способность покрытия с горизонтальными коньками определяется по формуле (3.7).

Коэффициент $K_i$ вычисляется по следующим зависимостям

- для первого случая $(\psi_3 > 0)$

$$K_{13} = \frac{A - B\xi + 3\xi^2 - \xi^3}{2\xi(3 - 3\xi + \xi^2)}\,,$$

где

$$A = 3 - 0{,}75S\eta t - 3\left[2 - S\eta + 2\omega\zeta(1-\zeta)^2\right]\psi_3 + 3S\psi_3^2 + 2\omega\zeta(3 - 3\zeta + \zeta^2);$$

$$B = 3\left[1 - \psi_3(2 - S\eta - S\psi_3)\right];$$

- для второго случая $(\psi_3 < 0)$

$$K_{14} = 0{,}5(C - 1),$$

где

$$C=3+0{,}75\,t_0\left\{2mn+S\eta_0+\theta_3\left[4-S\eta_0(2-\theta_3)\right]\right\}+$$

$$+2\omega\zeta\left[3(1+0{,}5\,\theta_3 t_0)-\zeta(3-\zeta)\right];$$

$t_0=\dfrac{2h_{op}}{f^0}$ – отношение полезной высоты коньковой балки к половине стрелы подъема покрытия;

$\eta_0=\dfrac{2h_{op}b_p}{\delta l}$ – отношение полезных площадей сечений коньковой балки и оболочки.

Коэффициент $\xi$ для первого случая ( $\psi_3>0$ ) определяется из уравнения

$$(2-0{,}7B)\,\xi^3-(3-A-B)\,\xi^2-2A\xi+A=0. \qquad (3.33)$$

3.36. В данном случае при вычислении предельной интенсивности полезной нагрузки по формуле (3.1) эквивалентная нагрузка от собственного веса коньковых балок равна

$$g_э=1{,}5\,\gamma_б\,\delta\eta. \qquad (3.34)$$

### Покрытие с наклонными коньками и подпятными углами

3.37. Срединная поверхность каждой из оболочек, образующих покрытие, описывается уравнением

$$z=f^0\left(1-\frac{x}{l}-\frac{y}{l}+\frac{2xy}{l^2}\right). \qquad (3.35)$$

Координатные оси $x$ и $y$ располагаются в плоскости нижних углов покрытия и направлены вдоль проекций коньков, ось $z$ проходит через центр покрытия и направлена вверх.

Армирование оболочек покрытия осуществляется так же, как и отдельных оболочек. Оболочки окаймляются по контуру ребрами, имеющими на линии излома сечение $b_p\times h_p$. Примыкание оболочки осуществляется у верхней грани окаймляющих ребер.

При опирании по контуру верхние углы покрытия в упругой стадии приподнимаются с опор (при радиально – шарнирном опирании возникают отрицательные опорные реакции ) и к моменту исчерпания несущей способности покрытия опирается только по серединам сторон квадратного плана. Поэтому покрытие с наклонными коньками и поднятыми углами достаточно опереть на нижние углы.

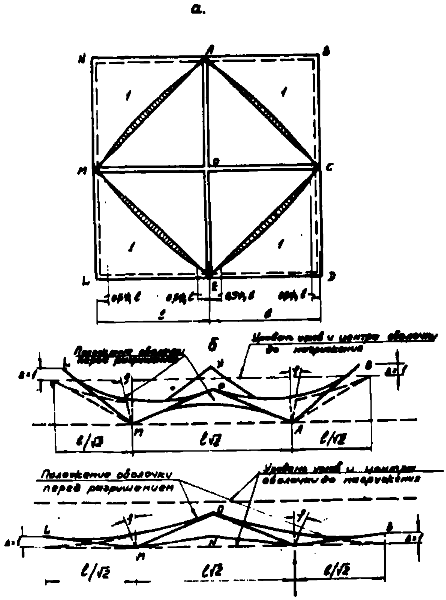


Рис.44

3.38. Схема излома покрытия с поднятыми углами состоит из пяти дисков (рис. 44,а): центрального неподвижного и четырех консольных. Механизм разрушения состоит в "отламывании" консолей и повороте их относительно осей, расположенных в вертикальных плоскостях, ограничивающих центральный диск (рис. 44,б).

3.39. Поскольку покрытие с наклонными коньками и поднятыми углами образовано равносторонними оболочками, для определения их несущей способности можно воспользоваться формулами для расчета оболочек с двухконсольной схемой излома (п.п.3.4,3.10–3.12) и табл.1 приложения 4.

3.40. Необходимое сечение затяжек определяется по формулам (3.14) и (3.15).

## Покрытие с наклонными коньками и плоским контуром

3.41. Срединная поверхность каждой из оболочек, входящих в покрытие, описывается уравнением

$$z = f^{\circ}\left(1 - \frac{x}{l} - \frac{y}{l} + \frac{xy}{l^2}\right). \qquad (3.38)$$

Координатные оси $x$ и $y$ располагаются в плоскости контура покрытия и направлены вдоль пролетов

Армирование оболочек покрытия осуществляется так же, как и отдельных оболочек. Оболочки, образующие покрытие, по контуру окаймляются ребрами сечением $b_p \times h_p$. Примыкание оболочки осуществляется у верхней грани окаймляющих ребер.

Характер работы покрытия с плоским контуром и покрытия с приподнятыми углами аналогичны. Покрытие с плоским контуром также достаточно опирать только на четыре опоры, расположенные по серединам сторон квадратного плана.

3.42. Схема излома покрытия из четырех оболочек с плоским контуром состоит из пяти дисков (рис.44,а). Механизм разрушения заключается в „отламывании" консолей (рис.44,в). Положение нейтральной оси каждой панели в зависимости от варианта размещения относительно ребер (рис.39,г,д) определяется по формулам (3.5) или (3.6).

3.43. Несущая способность покрытия с плоским контуром определяется по формуле (3.7).

Коэффициент $K_i$ вычисляется по следующим зависимостям:

- для первого варианта расположения нейтральной оси ($\psi_1 > 0$) (рис.39,г)

$$K_i = K_{15} - 1 + 1{,}5 S \eta t + 0{,}5 \omega \zeta^2 (3 - \zeta) - 3(1 + \omega\zeta - S\eta)\psi_1 + 1{,}5\left[2 + \omega(1-\zeta) + S(1-\eta)\right]\psi_1^2 - (1 + \omega + S)\psi_1^3 ; \quad (3.37)$$

- для второго варианта расположения нейтральной оси ($\psi_1 < 0$) (рис.39,д)

$$K_i = K_{16} = 1 + 0{,}5\omega\zeta^2(3-\zeta) + 3t\theta_1(1+\omega\zeta) + 1{,}5 S\eta t (1-\theta_1)^2 . \quad (3.38)$$

3.44. Сечение затяжки, обеспечивающее несмещаемость середин сторон квадратного плана покрытия, определяется по формуле

$$F_3 = \frac{q l^3}{2\sqrt{2} f^\circ R^{н}_{a3}} . \quad (3.39)$$

3.45. Предельная интенсивность полезной ...

Приложение 4

Таблица 1

Таблица для расчета оболочек, опирающихся на нижние углы, закрепленные от горизонтальных смещений ( $t$ = 0,25)

| | | Коэффициент $K_i$ | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\eta$ | $\omega$ =0 | $\omega$ = 1,4 | | | $\omega$ = 3 | | | $\omega$ = 6 | | | $\omega$ = 7 | | |
| | | $\xi$ | | | | | | | | | | | |
| | | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 0,2 | 0,3 |
| 0 | 1,310 | 1,464 | 1,425 | 1,420 | 1,490 | 1,439 | 1,475 | 1,514 | 1,441 | 1,501 | 1,521 | 1,466 | 1,521 |
| 0,1 | 1,943 | 1,949 | 1,959 | 1,814 | 1,858 | 2,073 | 2,096 | 1,946 | 1,972 | 2,154 | 1,945 | 1,990 | 2,160 |
| 0,2 | 1,217 | 2,292 | 2,352 | 2,255 | 2,273 | 2,414 | 2,600 | 2,296 | 2,456 | 2,734 | 2,308 | 2,586 | 2,790 |
| 0,3 | 2,437 | 2,438 | 2,604 | 2,554 | 2,532 | 2,730 | 3,000 | 2,571 | 2,855 | 3,248 | 2,588 | 2,919 | 3,365 |
| 0,4 | 2,516 | 2,591 | 2,733 | 2,716 | 2,665 | 2,937 | 3,298 | 2,774 | 3,180 | 3,685 | 2,841 | 3,298 | 3,880 |
| 0 | 1,590 | 1,598 | 1,508 | 1,548 | 1,606 | 1,613 | 1,713 | 1,641 | 1,538 | 1,782 | 1,632 | 1,621 | 1,913 |
| 0,1 | 2,163 | 2,164 | 2,221 | 2,199 | 2,110 | 2,272 | 2,471 | 2,165 | 2,221 | 2,628 | 2,171 | 2,357 | 2,713 |
| 0,2 | 2,437 | 2,488 | 2,604 | 2,560 | 2,534 | 2,739 | 2,965 | 2,588 | 2,878 | 3,342 | 2,620 | 2,986 | 3,518 |
| 0,3 | 2,542 | 2,625 | 2,775 | 2,770 | 2,710 | 2,004 | 3,002 | 2,840 | 3,312 | 3,969 | 2,933 | 3,501 | 4,364 |
| 0,4 | 2,594 | 2,692 | 2,860 | 2,875 | 2,799 | 3,136 | 3,590 | 2,274 | 3,535 | 4,324 | 3,120 | 1,870 | 4,775 |

Продолжение табл. 1

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,580 | 1,663 | 1,703 | 1,577 | 1,632 | 1,721 | 1,910 | 1,677 | 1,739 | 1,935 | 1,633 | 1,765 | 1,097 |
| 0,1 | 2,287 | 2,308 | 2,397 | 2,272 | 2,327 | 2,433 | 2,739 | 2,349 | 2,604 | 2,994 | 2,363 | 2,558 | 3,159 |
| 0,2 | 2,516 | 2,589 | 2,733 | 2,715 | 2,665 | 2,837 | 3,308 | 2,774 | 3,219 | 3,781 | 2,831 | 3,367 | 4,076 |
| 0,3 | 2,594 | 2,693 | 2,857 | 2,875 | 2,799 | 3,134 | 3,590 | 2,914 | 3,566 | 4,329 | 3,120 | 3,873 | 4,807 |
| 0,4 | 2,633 | 2,754 | 2,924 | 2,954 | 2,805 | 3,327 | 3,730 | 3,074 | 3,754 | 4,542 | 3,154 | 4,178 | 5,339 |
| 0 | 1,720 | 1,736 | 1,782 | 1,678 | 1,737 | 1,713 | 1,990 | 1,736 | 1,857 | 2,047 | 1,740 | 1,880 | 2,266 |
| 0,1 | 2,375 | 2,418 | 2,514 | 2,459 | 1,443 | 2,635 | 3,045 | 2,486 | 2,796 | 3,287 | 2,516 | 2,929 | 3,517 |
| 0,2 | 2,562 | 2,652 | 2,810 | 2,875 | 2,744 | 3,750 | 3,475 | 2,894 | 3,411 | 4,099 | 3,009 | 3,656 | 4,506 |
| 0,3 | 2,625 | 2,733 | 2,912 | 2,939 | 2,849 | 3,217 | 3,705 | 3,056 | 3,720 | 4,585 | 3,235 | 4,124 | 5,235 |
| 0,4 | 2,656 | 2,772 | 2,951 | 3,600 | 2,905 | 3,296 | 3,815 | 3,134 | 3,868 | 4,825 | 3,348 | 4,365 | 5,673 |

$$= \frac{2h_p}{f^o}; \quad S = \frac{\delta u R^н_{пр}}{F_i R^н_a}; \quad \eta = \frac{2h_p b_p}{\delta l}; \quad \omega = \frac{F_1 R^н_{a1}}{u_1} : \frac{F_i R^н_a}{u}; \quad q = \frac{2F_i R^н_a f^o}{u l^2} K_i .$$

эффициенты $K_3$ и $K_4$ помещены в выделенном жирными линиями третьем столбце( $\omega$ =0)
эффициенты $K_5$ помещаются в выделенных жирными линиями горизонтальных строках ( $\eta$ =0)
эффициенты $K_1$ и $K_2$ – остальная часть таблицы.

Таблица 2

## Таблица для расчета оболочек, опирающихся на нижние углы, соединенные затяжкой ($t = 0,25$)

| $\nu$ | $\eta$ | Коэффициенты $k_l + k_y$ ($k_l$ – при отсутствии затяжки) | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $S = 4$ | | | | | | | | | $S = 6$ | | | | | | | | |
| | | $n = 5$ | | | $n = 12$ | | | $n = 20$ | | | $n = 5$ | | | $n = 12$ | | | $n = 20$ | | |
| | | $m$ | | | | | | | | | $m$ | | | | | | | | |
| | | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 |
| 0 | 0,1 | 0,822 | 0,822 | 0,822 | 0,822 | 0,822 | 0,822 | 0,822 | 0,822 | 0,822 | 0,880 | 0,884 | 0,887 | 0,884 | 0,895 | 0,901 | 0,891 | 0,903 | 0,898 |
| | 0,2 | 0,875 | 0,879 | 0,885 | 0,880 | 0,888 | 0,896 | 0,886 | 0,899 | 0,901 | 0,917 | 0,924 | 0,931 | 0,926 | 0,940 | 0,954 | 0,935 | 0,959 | 0,977 |
| | 0,3 | 0,904 | 0,909 | 0,913 | 0,912 | 0,925 | 0,935 | 0,920 | 0,945 | 0,956 | 0,939 | 0,947 | 0,955 | 0,949 | 0,970 | 0,987 | 0,962 | 0,992 | 1,022 |
| | 0,4 | 0,924 | 0,951 | 0,938 | 0,938 | 0,949 | 0,954 | 0,944 | 0,968 | 0,992 | 0,952 | 0,961 | 0,969 | 0,964 | 0,986 | 1,005 | 0,978 | 1,012 | 1,050 |
| 10 | 0,1 | 0,877 | 1,012 | 1,108 | 0,917 | 1,012 | 1,108 | 0,917 | 1,012 | 1,108 | 0,918 | 1,080 | 1,180 | 0,981 | 1,089 | 1,189 | 0,988 | 1,094 | 1,184 |
| | 0,2 | 0,976 | 1,073 | 1,177 | 0,977 | 1,082 | 1,188 | 0,982 | 1,089 | 1,188 | 1,018 | 1,126 | 1,234 | 1,027 | 1,139 | 1,253 | 1,035 | 1,158 | 1,271 |
| | 0,3 | 1,004 | 1,109 | 1,218 | 1,012 | 1,128 | 1,235 | 1,019 | 1,140 | 1,245 | 1,041 | 1,151 | 1,261 | 1,051 | 1,172 | 1,292 | 1,063 | 1,194 | 1,320 |
| | 0,4 | 1,024 | 1,133 | 1,240 | 1,034 | 1,150 | 1,264 | 1,044 | 1,168 | 1,287 | 1,056 | 1,168 | 1,280 | 1,067 | 1,190 | 1,311 | 1,081 | 1,215 | 1,353 |
| 20 | 0,1 | 1,002 | 1,204 | 1,392 | 1,012 | 1,204 | 1,392 | 1,012 | 1,204 | 1,392 | 1,071 | 1,276 | 1,473 | 1,079 | 1,283 | 1,478 | 1,085 | 1,285 | 1,470 |
| | 0,2 | 1,069 | 1,269 | 1,460 | 1,075 | 1,275 | 1,470 | 1,079 | 1,279 | 1,471 | 1,119 | 1,328 | 1,537 | 1,128 | 1,333 | 1,551 | 1,136 | 1,356 | 1,563 |
| | 0,3 | 1,104 | 1,309 | 1,511 | 1,112 | 1,321 | 1,525 | 1,119 | 1,335 | 1,535 | 1,144 | 1,354 | 1,567 | 1,153 | 1,374 | 1,597 | 1,165 | 1,394 | 1,618 |
| | 0,4 | 1,124 | 1,336 | 1,540 | 1,139 | 1,350 | 1,564 | 1,145 | 1,366 | 1,582 | 1,160 | 1,376 | 1,589 | 1,171 | 1,595 | 1,617 | 1,184 | 1,417 | 1,655 |
| 30 | 0,1 | 1,092 | 1,392 | 1,678 | 1,108 | 1,392 | 1,678 | 1,108 | 1,392 | 1,678 | 1,165 | 1,474 | 1,767 | 1,178 | 1,477 | 1,767 | 1,183 | 1,477 | 1,755 |
| | 0,2 | 1,161 | 1,465 | 1,750 | 1,173 | 1,468 | 1,756 | 1,176 | 1,469 | 1,757 | 1,221 | 1,529 | 1,841 | 1,229 | 1,589 | 1,854 | 1,237 | 1,553 | 1,897 |
| | 0,3 | 1,202 | 1,509 | 1,810 | 1,212 | 1,517 | 1,820 | 1,218 | 1,529 | 1,822 | 1,247 | 1,559 | 1,875 | 1,236 | 1,576 | 1,897 | 1,265 | 1,597 | 1,917 |
| | 0,4 | 1,224 | 1,538 | 1,845 | 1,236 | 1,551 | 1,864 | 1,246 | 1,564 | 1,877 | 1,263 | 1,583 | 1,899 | 1,275 | 1,598 | 1,925 | 1,287 | 1,622 | 1960 |

Продолжение табл.2

| $\nu$ | $\eta$ | Коэффициенты $K_j+K_\nu$ ($K_j$ – при отсутствии затяжки) | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | S=2 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | n=5 | | | n=12 | | | n=20 | | | n=6 | | | n=12 | | | n=20 | | |
| | | m | | | | | | | | | m | | | | | | | | |
| | | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 |
| 0 | 0,1 | 0,910 | 0,916 | 0,926 | 0,918 | 0,933 | 0,944 | 0,921 | 0,949 | 0,969 | 0,931 | 0,937 | 0,949 | 0,941 | 0,958 | 0,975 | 0,953 | 0,978 | 1,001 |
| | 0,2 | 0,940 | 0,918 | 0,957 | 0,952 | 0,971 | 0,930 | 0,965 | 0,994 | 1,024 | 0,955 | 0,984 | 0,972 | 0,967 | 0,980 | 1,008 | 0,979 | 1,014 | 1,049 |
| | 0,3 | 0,957 | 0,965 | 0,975 | 0,970 | 0,992 | 1,008 | 0,984 | 1,020 | 1,056 | 0,969 | 0,979 | 0,989 | 0,985 | 1,008 | 1,032 | 0,999 | 1,042 | 1,075 |
| | 0,4 | 0,968 | 0,978 | 0,988 | 0,981 | 1,004 | 1,029 | 0,997 | 1,036 | 1,071 | 0,978 | 0,989 | 0,994 | 0,992 | 1,016 | 1,044 | 1,009 | 1,056 | 1,094 |
| 10 | 0,1 | 1,010 | 1,116 | 1,220 | 1,018 | 1,132 | 1,239 | 1,026 | 1,145 | 1,259 | 1,032 | 1,141 | 1,249 | 1,042 | 1,160 | 1,276 | 1,054 | 1,179 | 1,299 |
| | 0,2 | 1,042 | 1,153 | 1,263 | 1,063 | 1,174 | 1,293 | 1,066 | 1,196 | 1,322 | 1,058 | 1,172 | 1,282 | 1,070 | 1,196 | 1,316 | 1,082 | 1,220 | 1,354 |
| | 0,3 | 1,060 | 1,172 | 1,285 | 1,073 | 1,198 | 1,316 | 1,087 | 1,224 | 1,360 | 1,073 | 1,187 | 1,301 | 1,088 | 1,216 | 1,333 | 1,100 | 1,249 | 1,385 |
| | 0,4 | 1,072 | 1,187 | 1,301 | 1,121 | 1,211 | 1,340 | 1,100 | 1,243 | 1,379 | 1,083 | 1,199 | 1,319 | 1,096 | 1,217 | 1,356 | 1,118 | 1,264 | 1,396 |
| 20 | 0,1 | 1,110 | 1,316 | 1,520 | 1,117 | 1,330 | 1,534 | 1,126 | 1,342 | 1,550 | 1,135 | 1,344 | 1,554 | 1,143 | 1,361 | 1,576 | 1,155 | 1,378 | 1,597 |
| | 0,2 | 1,145 | 1,354 | 1,568 | 0,155 | 1,377 | 1,596 | 1,168 | 1,398 | 1,620 | 1,163 | 1,379 | 1,592 | 1,173 | 1,401 | 1,623 | 1,186 | 1,424 | 1,659 |
| | 0,3 | 1,165 | 1,329 | 1,595 | 1,176 | 1,403 | 1,623 | 1,190 | 1,428 | 1,666 | 1,178 | 1,396 | 1,611 | 1,192 | 1,423 | 1,652 | 1,206 | 1,454 | 1,691 |
| | 0,4 | 1,177 | 1,396 | 1,619 | 1,189 | 1,419 | 1,651 | 1,204 | 1,440 | 1,686 | 1,188 | 1,408 | 1,625 | 1,201 | 1,435 | 1,666 | 1,218 | 1,471 | 1,716 |
| 30 | 0,1 | 1,211 | 1,517 | 1,820 | 1,219 | 1,529 | 1,829 | 1,226 | 1,339 | 1,841 | 1,236 | 1,548 | 1,860 | 1,245 | 1,563 | 1,876 | 1,255 | 1,579 | 1,896 |
| | 0,2 | 1,240 | 1,338 | 1,879 | 1,258 | 1,581 | 1,900 | 1,270 | 1,590 | 1,919 | 1,266 | 1,586 | 1,902 | 1,277 | 1,605 | 1,933 | 1,219 | 1,629 | 1,964 |
| | 0,3 | 1,268 | 1,685 | 1,905 | 1,280 | 1,604 | 1,933 | 1,294 | 1,632 | 1,971 | 1,282 | 1,605 | 1,924 | 1,297 | 1,642 | 1,961 | 1,310 | 1,662 | 2,000 |
| | 0,4 | 1,272 | 1,703 | 1,924 | 1,294 | 1,625 | 1,964 | 1,308 | 1,609 | 1,996 | 1,293 | 1,619 | 1,939 | 1,306 | 1,632 | 1,979 | 1,322 | 1,678 | 2,029 |

$$t=\frac{2h_p}{f^0};\quad S=\frac{\delta u R^н_{пр}}{F_i R^н_a};\quad \nu=\frac{F_s R^н_{as}}{F_i R^н_a};\quad \eta=\frac{2h_p b_p}{8l};\quad n=\frac{F_p R^н_{пр}}{F_i R^н_a};\quad m=\frac{2u}{l};\quad q=\frac{2F_i R^н_a f^0}{u l^2}(K_j+K_\nu)$$

Коэффициенты $K_c+K_\nu$ ($K_c$) помещены в графах, обведенных жирной чертой.

Коэффициенты $K_т+K_\nu$ ($K_т$) помещены в остальных графах таблицы.

## Таблица для расчёта шарнирно-подвижно опёртых по контуру оболочек (A=B=1).

| ω | ν | K | Параметры (ξ) числитель и коэффициенты $K_i$ (знаменатель) | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | n=0 | | | n=5 | | | n=12 | | | n=20 | | |
| | | | m | | | | | | | | | | | |
| | | | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 |
| 0 | 0 | 0,01 | 0,132 | 0,132 | 0,132 | 0,155 | 0,172 | 0,187 | 0,178 | 0,208 | 0,231 | 0,200 | 0,256 | 0,271 |
| | | | 0,316 | 0,316 | 0,316 | 0,464 | 0,609 | 0,747 | 0,667 | 0,994 | 1,305 | 0,885 | 1,413 | 1,870 |
| | | 0,02 | 0,180 | 0,180 | 0,180 | 0,186 | 0,209 | 0,220 | 0,213 | 0,236 | 0,253 | 0,230 | 0,261 | 0,281 |
| | | | 0,458 | 0,458 | 0,458 | 0,593 | 0,745 | 0,874 | 0,794 | 1,110 | 1,420 | 1,010 | 1,524 | 2,044 |
| | | 0,03 | 0,217 | 0,217 | 0,217 | 0,228 | 0,238 | 0,249 | 0,241 | 0,250 | 0,277 | 0,259 | 0,278 | 0,299 |
| | | | 0,584 | 0,584 | 0,584 | 0,723 | 0,849 | 1,015 | 0,910 | 1,220 | 1,540 | 1,120 | 1,642 | 2,150 |
| | 10 | 0,01 | 0,130 | 0,128 | 0,126 | 0,152 | 0,168 | 0,182 | 0,175 | 0,204 | 0,225 | 0,198 | 0,238 | 0,265 |
| | | | 0,393 | 0,464 | 0,552 | 0,534 | 0,752 | 0,974 | 0,741 | 1,149 | 1,542 | 0,960 | 1,560 | 2,185 |
| | | 0,02 | 0,178 | 0,176 | 0,174 | 0,184 | 0,206 | 0,216 | 0,211 | 0,239 | 0,247 | 0,228 | 0,257 | 0,275 |
| | | | 0,546 | 0,616 | 0,694 | 0,684 | 0,895 | 1,102 | 0,870 | 1,257 | 1,661 | 1,088 | 1,682 | 2,321 |
| | | 0,03 | 0,214 | 0,211 | 0,207 | 0,225 | 0,232 | 0,246 | 0,238 | 0,254 | 0,270 | 0,255 | 0,272 | 0,292 |
| | | | 0,670 | 0,750 | 0,820 | 0,807 | 1,011 | 1,221 | 0,992 | 1,379 | 1,771 | 1,208 | 1,795 | 2,401 |
| | 20 | 0,01 | 0,128 | 0,124 | 0,121 | 0,149 | 0,163 | 0,176 | 0,172 | 0,200 | 0,219 | 0,195 | 0,228 | 0,249 |
| | | | 0,464 | 0,614 | 0,758 | 0,616 | 0,914 | 1,209 | 0,837 | 1,301 | 1,779 | 1,085 | 1,722 | 2,480 |
| | | 0,02 | 0,176 | 0,172 | 0,167 | 0,189 | 0,203 | 0,212 | 0,208 | 0,227 | 0,241 | 0,226 | 0,252 | 0,269 |
| | | | 0,616 | 0,773 | 0,921 | 0,761 | 1,050 | 1,345 | 0,949 | 1,425 | 1,900 | 1,163 | 1,855 | 2,541 |
| | | 0,03 | 0,211 | 0,206 | 0,201 | 0,222 | 0,227 | 0,242 | 0,235 | 0,248 | 0,263 | 0,251 | 0,265 | 0,285 |
| | | | 0,750 | 0,899 | 1,050 | 0,882 | 1,158 | 1,470 | 1,061 | 1,543 | 2,021 | 1,281 | 1,982 | 2,663 |
| | 30 | 0,01 | 0,126 | 0,121 | 0,116 | 0,145 | 0,159 | 0,171 | 0,170 | 0,195 | 0,213 | 0,192 | 0,224 | 0,243 |
| | | | 0,552 | 0,758 | 0,942 | 0,667 | 1,059 | 1,445 | 0,894 | 1,455 | 2,010 | 1,145 | 1,875 | 2,585 |
| | | 0,02 | 0,174 | 0,167 | 0,160 | 0,180 | 0,200 | 0,208 | 0,205 | 0,223 | 0,235 | 0,222 | 0,248 | 0,263 |
| | | | 0,694 | 0,921 | 1,151 | 0,837 | 1,201 | 1,589 | 1,025 | 1,590 | 2,142 | 1,242 | 2,035 | 2,775 |
| | | 0,03 | 0,267 | 0,201 | 0,195 | 0,219 | 0,221 | 0,238 | 0,232 | 0,243 | 0,255 | 0,247 | 0,261 | 0,278 |
| | | | 0,820 | 1,050 | 1,989 | 0,957 | 1,380 | 1,699 | 1,145 | 1,709 | 2,261 | 1,360 | 2,152 | 2,915 |

Продолжение табл.3

| $\omega$ | $\nu$ | $k$ | Параметры $\xi$ (числитель) и коэффициенты $K$ (знаменатель) | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $n=0$ | | | $n=5$ | | | $n=12$ | | | $n=20$ | | |
| | | | $m$ | | | | | | | | | | | |
| | | | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 |
| 1,4 | 0 | 0,01 | 0,088 / 0,480 | 0,088 / 0,480 | 0,088 / 0,480 | 0,103 / 0,664 | 0,109 / 0,832 | 0,115 / 0,912 | 0,125 / 0,895 | 0,137 / 1,257 | 0,152 / 1,610 | 0,151 / 1,135 | 0,171 / 1,720 | 0,195 / 2,265 |
| | | 0,02 | 0,120 / 0,745 | 0,120 / 0,745 | 0,120 / 0,746 | 0,130 / 0,870 | 0,137 / 1,040 | 0,143 / 1,170 | 0,144 / 1,013 | 0,162 / 1,440 | 0,174 / 1,710 | 0,162 / 1,315 | 0,189 / 1,875 | 0,210 / 2,430 |
| | | 0,03 | 0,147 / 0,897 | 0,147 / 0,897 | 0,147 / 0,897 | 0,156 / 1,050 | 0,161 / 1,740 | 0,166 / 1,381 | 0,166 / 1,210 | 0,183 / 1,608 | 0,100 / 1,845 | 0,179 / 1,471 | 0,204 / 2,030 | 0,219 / 2,581 |
| | 10 | 0,01 | 0,085 / 0,549 | 0,086 / 0,625 | 0,087 / 0,671 | 0,104 / 0,734 | 0,113 / 0,971 | 0,122 / 1,184 | 0,122 / 0,939 | 0,141 / 1,401 | 0,158 / 1,821 | 0,145 / 1,238 | 0,168 / 1,879 | 0,189 / 2,502 |
| | | 0,02 | 0,119 / 0,802 | 0,118 / 0,901 | 0,114 / 0,885 | 0,132 / 0,948 | 0,140 / 1,178 | 0,146 / 1,401 | 0,145 / 1,149 | 0,164 / 1,595 | 0,175 / 2,005 | 0,160 / 1,394 | 0,185 / 2,041 | 0,204 / 2,685 |
| | | 0,03 | 0,146 / 0,968 | 0,141 / 1,082 | 0,145 / 1,125 | 0,153 / 1,131 | 0,160 / 1,442 | 0,165 / 1,628 | 0,164 / 1,336 | 0,178 / 1,741 | 0,193 / 2,164 | 0,175 / 1,648 | 0,198 / 2,197 | 0,212 / 2,615 |
| | 20 | 0,01 | 0,081 / 0,619 | 0,084 / 0,772 | 0,085 / 0,901 | 0,102 / 0,806 | 0,108 / 1,101 | 0,114 / 1,319 | 0,118 / 0,979 | 0,135 / 1,548 | 0,148 / 2,039 | 0,141 / 1,334 | 0,164 / 2,034 | 0,183 / 2,743 |
| | | 0,02 | 0,118 / 0,860 | 0,115 / 1,062 | 0,108 / 1,221 | 0,131 / 1,030 | 0,135 / 1,345 | 0,139 / 1,041 | 0,143 / 1,221 | 0,157 / 1,752 | 0,166 / 2,231 | 0,157 / 1,472 | 0,181 / 2,201 | 0,138 / 2,848 |
| | | 0,03 | 0,145 / 1,048 | 0,135 / 1,262 | 0,142 / 1,364 | 0,150 / 1,194 | 0,155 / 1,641 | 0,159 / 1,915 | 0,159 / 1,411 | 0,171 / 1,875 | 0,184 / 2,382 | 0,171 / 1,682 | 0,193 / 2,352 | 0,205 / 3,035 |
| | 30 | 0,01 | 0,072 / 0,685 | 0,082 / 0,922 | 0,083 / 1,121 | 0,100 / 0,876 | 0,102 / 1,246 | 0,105 / 1,591 | 0,115 / 1,021 | 0,129 / 1,692 | 0,139 / 2,248 | 0,140 / 1,435 | 0,160 / 2,190 | 0,177 / 2,880 |
| | | 0,02 | 0,118 / 0,912 | 0,112 / 1,232 | 0,103 / 1,458 | 0,127 / 0,031 | 0,130 / 1,516 | 0,133 / 1,879 | 0,140 / 1,291 | 0,150 / 1,912 | 0,156 / 2,481 | 0,154 / 1,551 | 0,176 / 2,370 | 0,192 / 3,122 |
| | | 0,03 | 0,144 / 1,120 | 0,130 / 1,451 | 0,139 / 1,579 | 0,147 / 1,280 | 0,149 / 1,851 | 0,153 / 2,001 | 0,154 / 1,487 | 0,164 / 2,017 | 0,175 / 2,601 | 0,167 / 1,900 | 0,187 / 2,510 | 0,198 / 3,279 |

$$\omega = \frac{F_1 R^{н}_{a1}}{u_1} : \frac{F_1 R^{н}_{a}}{u}; \quad \nu = \frac{F_з R_{aз}}{F_i R^{н}_{a}}; \quad k = \frac{\delta}{f^{\circ}}; \quad n = \frac{F_p R_{ap}}{F_i R^{н}_{a}}; \quad m = \frac{2u}{l}; \quad A=1;\ B=1;$$

$$q = \frac{2 F_i R^{н}_{a} f^{\circ}}{u\, l^2} K;$$

*Коэффициенты $K_{10}$ помещены в столбцах таблицы, обведенных жирной чертой ($n=0$).*

*Коэффициенты $K_9$ — остальная часть таблицы.*

## Таблица для расчёта свободно опёртых по контуру оболочек ( A=B=1).

| ω | ν | к | Параметры ξ (числитель) и коэффициенты к (знаменатель) | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | n=0 | | | n=5 | | | n=12 | | | n=20 | | |
| | | | m | | | | | | | | | | | |
| | | | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 |
| 0 | 0 | 0,01 | 0,130 | 0,130 | 0,130 | 0,168 | 0,195 | 0,217 | 0,205 | 0,239 | 0,280 | 0,237 | 0,298 | 0,337 |
| | | | 0,311 | 0,311 | 0,311 | 0,492 | 0,655 | 0,833 | 0,720 | 1,092 | 1446 | 0,965 | 1,555 | 2,120 |
| | | 0,02 | 0,187 | 0,187 | 0,187 | 0,210 | 0,235 | 0,252 | 0,240 | 0,277 | 0,311 | 0,258 | 0,319 | 0,350 |
| | | | 0,456 | 0,456 | 0,456 | 0,615 | 0,775 | 0,930 | 0,835 | 1,190 | 1,545 | 1,075 | 1,645 | 2,227 |
| | | 0,03 | 0,227 | 0,227 | 0,227 | 0,245 | 0,265 | 0,277 | 0,271 | 0,306 | 0,333 | 0,294 | 0,342 | 0,382 |
| | | | 0,571 | 0,571 | 0,571 | 0,725 | 0,880 | 1,025 | 0,931 | 1,293 | 1,631 | 1,172 | 1,754 | 2,302 |
| | 10 | 0,01 | 0,130 | 0,128 | 0,128 | 0,168 | 0,190 | 0,210 | 0,203 | 0,250 | 0,273 | 0,234 | 0,290 | 0,328 |
| | | | 0,390 | 0,481 | 0,547 | 0,562 | 0,810 | 1,050 | 0,796 | 1,293 | 1,529 | 1,045 | 1,711 | 2,327 |
| | | 0,02 | 0,184 | 0,184 | 0,184 | 0,207 | 0,230 | 0,243 | 0,237 | 0,265 | 0,284 | 0,265 | 0,313 | 0,351 |
| | | | 0,530 | 0,600 | 0,684 | 0,694 | 0,916 | 1,150 | 0,895 | 1,360 | 1,731 | 1,159 | 1,817 | 2,460 |
| | | 0,03 | 0,224 | 0,224 | 0,224 | 0,242 | 0,257 | 0,268 | 0,268 | 0,290 | 0,324 | 0,291 | 0,337 | 0,372 |
| | | | 0,850 | 0,717 | 0,805 | 0,862 | 1,040 | 1,250 | 1,015 | 1,451 | 1,831 | 1,250 | 1,927 | 2,555 |
| | 20 | 0,01 | 0,130 | 0,126 | 0,126 | 0,168 | 0,185 | 0,203 | 0,200 | 0,221 | 0,266 | 0,211 | 0,284 | 0,319 |
| | | | 0,461 | 0,607 | 0,720 | 0,644 | 0,965 | 1,279 | 0,816 | 1,418 | 1,955 | 1,122 | 1,881 | 2,585 |
| | | 0,02 | 0,181 | 0,181 | 0,181 | 0,204 | 0,224 | 0,234 | 0,234 | 0,253 | 0,296 | 0,262 | 0,307 | 0,341 |
| | | | 0,600 | 0,765 | 0,916 | 0,774 | 1,085 | 1,400 | 0,968 | 1,512 | 2,030 | 1,219 | 1,945 | 2,735 |
| | | 0,03 | 0,221 | 0,221 | 0,221 | 0,239 | 0,249 | 0,259 | 0,265 | 0,277 | 0,315 | 0,287 | 0,332 | 0,362 |
| | | | 0,717 | 0,885 | 1,039 | 0,929 | 1,181 | 1,480 | 1,091 | 1,514 | 2,130 | 1,559 | 2,080 | 2,800 |
| | 30 | 0,01 | 0,130 | 0,124 | 0,124 | 0,168 | 0,181 | 0,196 | 0,197 | 0,243 | 0,259 | 0,228 | 0,278 | 0,310 |
| | | | 0,547 | 0,728 | 0,984 | 0,717 | 1,128 | 1,519 | 0,955 | 1,611 | 3,159 | 1,202 | 2,045 | 2,881 |
| | | 0,02 | 0,179 | 0,179 | 0,179 | 0,204 | 0,218 | 0,228 | 0,231 | 0,241 | 0,289 | 0,259 | 0,304 | 0,331 |
| | | | 0,689 | 0,916 | 1,149 | 0,850 | 1,247 | 1,635 | 1,869 | 1,760 | 0,280 | 1,315 | 2,150 | 2,950 |
| | | 0,03 | 0,217 | 0,217 | 0,217 | 0,237 | 0,246 | 0,251 | 0,262 | 0,263 | 0,306 | 0,284 | 0,326 | 0,352 |
| | | | 0,805 | 1,049 | 1,279 | 0,962 | 1,361 | 1,732 | 1,179 | 1,845 | 2,579 | 1,419 | 2,241 | 3,960 |

Продолжение табл.4

| ω | ν | k | Параметры ξ (числитель) и коэффициенты $K_i$ (знаменатель) | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | n=0 | | | n=5 | | | n=12 | | | n=20 | | |
| | | | m | | | | | | | | | | | |
| | | | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,02 | 0,03 |
| 1,4 | 0 | 0,01 | 0,089 | 0,089 | 0,089 | 0,105 | 0,115 | 0,122 | 0,128 | 0,152 | 0,168 | 0,155 | 0,194 | 0,221 |
| | | | 0,472 | 0,472 | 0,472 | 0,657 | 0,813 | 0,959 | 0,940 | 1,290 | 1,642 | 1,284 | 1,836 | 2,421 |
| | | 0,02 | 0,123 | 0,123 | 0,123 | 0,134 | 0,145 | 0,152 | 0,153 | 0,176 | 0,191 | 0,176 | 0,212 | 0,239 |
| | | | 0,699 | 0,699 | 0,699 | 0,864 | 1,021 | 1,164 | 1,095 | 1,473 | 1,816 | 1,359 | 1,987 | 2,561 |
| | | 0,03 | 0,150 | 0,150 | 0,150 | 0,161 | 0,169 | 0,176 | 0,179 | 0,196 | 0,212 | 0,196 | 0,227 | 0,254 |
| | | | 0,857 | 0,857 | 0,857 | 1,032 | 1,207 | 1,326 | 1,253 | 1,683 | 1,968 | 1,528 | 2,127 | 2,702 |
| | 10 | 0,01 | 0,088 | 0,088 | 0,088 | 0,104 | 0,114 | 0,121 | 0,127 | 0,151 | 0,167 | 0,154 | 0,193 | 0,220 |
| | | | 0,541 | 0,619 | 0,795 | 0,731 | 0,962 | 1,180 | 0,997 | 1,446 | 1,869 | 1,304 | 1,987 | 2,657 |
| | | 0,02 | 0,122 | 0,122 | 0,122 | 0,133 | 0,144 | 0,151 | 0,152 | 0,175 | 0,190 | 0,172 | 0,210 | 0,237 |
| | | | 0,765 | 0,879 | 0,924 | 0,939 | 1,171 | 1,388 | 1,171 | 1,624 | 2,042 | 1,441 | 2,138 | 2,787 |
| | | 0,03 | 0,149 | 0,149 | 0,149 | 0,160 | 0,168 | 0,175 | 0,177 | 0,195 | 0,211 | 0,195 | 0,226 | 0,252 |
| | | | 0,848 | 1,021 | 1,096 | 1,142 | 1,353 | 1,538 | 1,340 | 1,819 | 2,203 | 1,489 | 2,285 | 2,941 |
| | 20 | 0,01 | 0,087 | 0,087 | 0,087 | 0,103 | 0,113 | 0,120 | 0,126 | 0,150 | 0,166 | 0,153 | 0,191 | 1,219 |
| | | | 0,609 | 0,767 | 1,010 | 0,802 | 1,111 | 1,404 | 1,084 | 1,530 | 2,096 | 1,401 | 2,138 | 2,893 |
| | | 0,02 | 0,121 | 0,121 | 0,121 | 0,132 | 0,143 | 0,150 | 0,151 | 0,174 | 0,189 | 0,171 | 0,208 | 0,235 |
| | | | 0,812 | 0,995 | 1,148 | 1,014 | 1,321 | 1,612 | 1,247 | 1,775 | 2,268 | 1,521 | 2,289 | 3,013 |
| | | 0,03 | 0,148 | 0,148 | 0,148 | 0,159 | 0,167 | 0,173 | 0,176 | 0,194 | 0,209 | 0,194 | 0,225 | 0,250 |
| | | | 1,030 | 1,172 | 1,327 | 1,192 | 1,499 | 1,790 | 1,417 | 1,955 | 2,486 | 1,620 | 2,443 | 3,180 |
| | 30 | 0,01 | 0,086 | 0,086 | 0,086 | 0,102 | 0,112 | 0,119 | 0,125 | 0,148 | 0,164 | 0,152 | 0,189 | 0,214 |
| | | | 0,679 | 0,915 | 1,148 | 0,884 | 1,259 | 1,621 | 1,172 | 1,740 | 2,325 | 1,501 | 2,290 | 3,130 |
| | | 0,02 | 0,120 | 0,120 | 0,120 | 0,131 | 0,141 | 0,148 | 0,150 | 0,172 | 0,188 | 0,170 | 0,206 | 0,233 |
| | | | 0,908 | 1,146 | 1,371 | 1,080 | 1,471 | 1,838 | 1,322 | 1,926 | 2,493 | 1,598 | 2,441 | 3,239 |
| | | 0,03 | 0,147 | 0,148 | 0,146 | 0,158 | 1,166 | 0,171 | 0,174 | 0,193 | 0,207 | 0,193 | 0,223 | 0,248 |
| | | | 1,441 | 1,327 | 1,557 | 1,271 | 1,645 | 2,022 | 1,495 | 2,031 | 2,674 | 1,751 | 2,601 | 3,419 |

$$\omega = \frac{F_1 R^H_{a_1}}{u_1} : \frac{F_i R^H_a}{u}; \quad \nu = \frac{F_s R^H_{a_s}}{F_i R^H_a}; \quad k = \frac{\delta}{f^\circ}; \quad n = \frac{F_p R^H_{a_p}}{F_i R^H_a}; \quad m = \frac{2u}{l};$$

$$q = \frac{2 F_i R^H_a f^\circ}{u l^2} K;$$

Коэффициенты K помещены в столбцах таблицы, обведенных жирной чертой (n=0)

Коэффициенты K – остальная часть таблицы.

# ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА

## Оболочка, опертая на нижние несмещаемые углы

Пример 1. Квадратная в плане оболочка (рис.45), выполненная из бетона марки 400( $R^{н}_{пр}$ =280 кг/см$^2$), имеет следующие геометрические характеристики: $l$ = 12 м, $f^{\circ}$ =2,4 м, $\delta$ =4см и окаймлена по контуру ребрами сечением $b_р \times h_р$ = 12x30 см. Опирание оболочки осуществляется на нижние углы. Распор воспринимается контрфорсами.

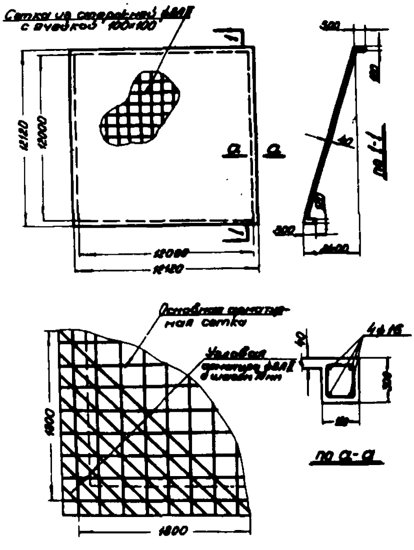



Рис.45

Оболочка армирована сеткой с квадратными ячейками $u \times u$ = 10x10 см из стержней диаметром 8 мм ( $F_i$ = 0,50 см$^2$). Арматура из стали класса А-II ($R^{н}_{a}$ =3000 кг/см$^2$).Углы усилены дополнительными стержнями диаметром 8 мм из стали класса А-II, установленными с шагом $u_1$ =7,0 см на протяжении $\xi l$ = 1,8 м вдоль сторон угла. Рабочая арматура ребер состоит из четырех стержней диаметром 14 мм ( $F_р$ = 6,16 см$^2$) стали класса А-II.

Решение. Проверка условия (3.3) показала, что соотношение между маркой бетона, толщиной оболочки и прочностью арматуры выбрано верно.

Несущую способность оболочки определяем по формуле (3.7). Для вычисления коэффициента $K_i$ находим характеристику сжатой зоны бетона по формуле (3.5).

$$S = \frac{4\cdot 10\cdot 280}{0{,}5\cdot 3000} = 7{,}46; \qquad \eta = \frac{2\cdot 12\cdot 30}{4\cdot 1200} = 0{,}15;$$

$$\omega = \frac{10}{7} = 1{,}4; \qquad \zeta = \frac{1{,}8}{12} = 0{,}15;$$

$$\psi_1 = \frac{1 + 1{,}4\cdot 0{,}3 - 7{,}46\cdot 0{,}17}{1 + 1{,}4 + 7{,}46} = 0{,}0091 > 0.$$

Следовательно, нейтральная ось пересекает оболочку ($\psi_1 > 0$) и пользуется зависимостью для коэффициента $K_1$:
$K_1 = 2+1{,}5.7{,}46\cdot 0{,}15\cdot 0{,}25+1{,}4.0{,}15^2(3-0{,}15)-6\ (1+1{,}4.0{,}15-$
$-7{,}46\text{x}0{,}15).0{,}0091+3\left[2+1{,}4(1-0{,}15)+7{,}46(1-0{,}15)\right].0{,}0091^2-$
$-2(1+1{,}4+7{,}46)\cdot 0{,}0091^3 = 2{,}504.$

Несущая способность оболочки по формуле (3.7) равна

$$q = \frac{2\cdot 0{,}5\cdot 3000\cdot 240}{10.1200^2} \text{ x } 2{,}504 = 1255 \text{ кг/м}^2.$$

Находим интенсивность предельной полезной нагрузки по формуле (3.1)

$$p = 1255-2400\cdot 0{,}04-2400\cdot 0{,}04\cdot 0{,}15(2+1)=1116 \text{ кг/м}^2.$$

Если воспользоваться табл.1 приложения 4, то при $S = 7{,}46$, $\eta = 0{,}15$, $\omega = 1{,}4$ и $\zeta = 0{,}15$ по интерполяции находим $K_1 = 2{,}490$.

Несущая способность оболочки равна

$$q = \frac{2.0{,}5\cdot 3000\cdot 240}{10\cdot 1200^2} \text{ x } 2{,}490 = 1245 \text{ кг/м}^2,$$

а интенсивность предельной полезной нагрузки

$$p = 1245-2400\cdot 0{,}04-2400\cdot 0{,}04\cdot 0{,}15(2+1) = 1106 \text{ кг/м}^2.$$

Пример 2. Определить несущую способность оболочки с параметрами, приведенными в предыдущем примере, при отсутствии контурных ребер.

Решение. Находим параметр, характеризующий положение нейтральной оси по формуле (3.5).

$$\psi_1 = \frac{1 + 1,4 \ .0,15}{1 + 1,4 + 7,46} = 0,122 .$$

Для определения несущей способности оболочки в данном случае вычисляем коэффициент $K_5$ .

$$K_5 = 2+1,4 \cdot 0,15^2(3-0,15)-6(1+1,4.0,15).0,122+3\left[2+1,4(1-0,15)+ +7,46\right].0,122^2-2(1+1,4+7,46).0,122^3=1,664 .$$

По формуле (3.7) имеем

$$q = \frac{2.0,5.3000.240}{10.1200^2} x\,1,664 = 832 \text{ кг/м}^2 .$$

Эту же задачу можно решить пользуясь табл.1 приложения 4.

При $S = 7,46$, $\omega = 1,4$, $\eta = 0$ и $\zeta = 0,15$ находим $K_5 = 1,668$.

Интенсивность полезной предельной нагрузки по формуле (3.1) равна

$$P = 832 - 2400 \cdot 0,04 = 736 \text{ кг/м}^2 .$$

## Оболочка, опертая на нижние смещающиеся углы

Пример 3. Определить несущую способность оболочки с параметрами, приведенными в примере 1, при опирании ее на нижние горизонтально смещающиеся углы.

Решение. Определяем положение нейтральной оси. По формуле (3.10) находим:

$$\psi_2 = \frac{1 - 7,46 \cdot 0,15}{1 + 7,46} < 0.$$

Следовательно, имеет место второй случай расположения нейтральной оси и параметр $\psi_2$ определяется зависимостью (3.11), где

$$t + St + 2S\eta = 0,25+7,46 \cdot 0,25+2 \cdot 7,46 \cdot 0,15 = 4,38;$$

$$m = \frac{2,10}{1200} = 0,0167; \qquad n = \frac{3,08}{0,5} = 6,16 ,$$

$$\psi_2 = \frac{4,36-\sqrt{4,36^2-4.7,46.0,15.0,25(1+0,0167.6,16)}}{2.7,46.0,15} = 0,058 .$$

Коэффициент $K_\vartheta = 0$, а для второго случая расположения нейтральной оси

$$K_j = K_7 = 1+1,05.0,0167.6,16.0,25-3(1+0,7.0,0167.6,16).0,058+$$
$$+3(1+0,5.7,46+4,48+0,35.0,0167.6,16).0,058^2-(1+7,46+3.4,48) \times$$
$$\times 0,058^3+0,75.4,48.0,058^4 = 0,930 .$$

Несущую способность вычисляем по формуле (3.13)

$$q = \frac{2.0,5 \cdot 3000 \cdot 240}{10 \cdot 1200^2} \cdot 0,930 = 465 \text{ кг/м}^2 .$$

Предельная интенсивность полезной нагрузки по формуле (3.1) равна

$$p = 465-2400.0,04-2400 \cdot 0,04 \cdot 0,15(1+0,5) = 347 \text{ кг/м}^2 .$$

Значение коэффициента $K_7$ может быть также найдено по табл.2 приложения 4.
При $S = 7,46$, $n = 6,16$, $m = 0,0167$, $\eta = 0,15$ и $\vartheta = 0$ по интерполяции находим $K_7 = 0,933$.

Пример 4. Определить несущую способность оболочки с параметрами, указанными в примере 1, при условии усиления ее затяжкой из двух стержней диаметром 28 мм (сталь класса А-II).

Решение. Положение нейтральной оси определяется по формуле (3.11):

$$\vartheta = \frac{12,32 \cdot 3000}{0,5 \cdot 3000} = 24,64 ;$$

$$\psi_2 = \frac{4,36-\sqrt{4,36^2-4.7,46.0,15.0,25\left[1+0,0167(6,16+0,5.24,64)\right]}}{2.7,46 \cdot 0,15} =$$
$$= 0,0715 .$$

Для вычисления несущей способности оболочки находим:

$$K_7 = 1+1,05 \cdot 0,0167 \cdot 6,16 \cdot 0,25-3(1+0,7 \cdot 0,0167 \cdot 6,16) \cdot 0,0715+$$

$$+3(1+0,5\cdot 7,46+4,48+0,35\cdot 0,0167\cdot 6,16)\cdot 0,0715^2-(1+7,46+$$
$$+3\cdot 4,48)\times 0,0715^3+0,75\cdot 4,48\cdot 0,0715^4 = 0,931\ ;$$
$$K_\gamma = 1,07\cdot 24,64\cdot 0,0167(1-0,0715+0,5\cdot 0,0715^2) = 0,410\ .$$

Несущую способность определяем по формуле (3.13)

$$q = \frac{2\cdot 0,5\cdot 3000\cdot 240}{10\cdot 1200^2}\cdot(0,931+0,410) = 670\ \text{кг/м}^2\ .$$

Предельная интенсивность полезной нагрузки равна

$$p = 670-2400\cdot 0,04-2400\cdot 0,04\cdot 0,15(1+0,5) = 552\ \text{кг/м}^2\ .$$

Значение коэффициента $(K_\eta + K_\gamma)$ может быть найдено также по табл.2 приложения 4. По интерполяции при $S = 7,46$, $n = 6,16$, $m = 0,0167$ и $\gamma = 24,64$ находим $(K_\eta + K_\gamma) = 1,327$.

Для определения предельной площади затяжки по формуле (3.15) находим

$$\bar{\gamma} = \frac{2,504 - 0,93}{1,07\cdot 0,0167(1-0,058+0,5\cdot 0,058^2)} = 93,6\ .$$

По формуле (3.14) получим

$$F_з = \frac{9,36\cdot 0,5\cdot 3000}{3000} = 46,8\ \text{см}^2\ .$$

Следовательно, для закрепления углов оболочки от горизонтальных смещений необходимо принять затяжку из шести стержней диаметром 32 мм ( $F_з = 48,26$ см$^2$).

### Оболочка, радиально-шарнирно опертая по контуру

Пример 5. Оболочка с параметрами, приведенными в примере 1, радиально-шарнирно оперта по контуру. Требуется определить ее несущую способность.

Решение. Для вычисления коэффициентов уравнения (3.17) находим:

$$k = \frac{0,04}{2,40} = 0,0166; \qquad n = \frac{6,16}{0,5} = 12,32; \qquad \chi = 0,5.$$

Определяем коэффициенты уравнения (3.17):

$$C = 4.0,0166 + \sqrt{2}.0,0167.12,32(2.0,5.0,25+0,0166) = 0,143;$$

$$D = 2 \cdot \sqrt{2}.0,0167.12,32 + 2.1,4.0,0166 = 0,621;$$

$$E = 2 - \sqrt{2}.0,0167.12,32 + 2.1,4 = 4,512;$$

$$L = 1 + 1,33 \cdot 1,4 = 2,86.$$

Решение уравнения (3.17) дает $\xi = 0,155$, следовательно, косая арматура в углах должна быть поставлена на протяжении не менее $0,5\,\xi\,l = 0,5.0,155 \cdot 1200 = 93,1$ см от угла.

Несущую способность оболочки определяем по формуле (3.7), где коэффициент $K_i$ по формуле (3.18) равен:

$$K_g = \frac{1,5.0,143+1,5.0,621.0,155+1,5.4,512.0,155^2-2,86.0,155^3}{0,155(3-3.0,155+0,155^2)} =$$

$$= 1,29.$$

Находим несущую способность и интенсивность предельной полезной нагрузки

$$q = \frac{2.0,5 \cdot 3000 \cdot 240}{10 \cdot 1200^2} \cdot 1,29 = 645 \text{ кг/м}^2;$$

$$p = 645 - 2400 \cdot 0,04 = 549 \text{ кг/м}^2.$$

Значения коэффициентов $\xi$ и $K_g$ можно найти по табл.3 приложения 4. При $\omega = 1,4$; $m = 0,0167$; $n = 12,32$; $k = 0,0166$ и $\nu = 0$ по интерполяции находим $\xi = 0,15$, $K_g = 1,323$.

Пример 6. Определить несущую способность радиально-шарнирно опертой оболочки с параметрами, приведенными в примере 1, если она усилена затяжкой из двух стержней диаметром 28 мм (сталь класса А-II).

Решение. Для решения уравнения (3.17) находим:

$$D' = 2.0,0166.1,4 + \sqrt{2}.0,0167(2.12,32+24,64) = 0,731;$$

$$E' = 2(1+1,4) - 0,5\sqrt{2}.0,0167(2.12,32+24,64) = 5,258.$$

Решение уравнения (3.17) дает $\xi$ =0,139, следовательно, косая арматура в углах должна быть поставлена на протяжении не менее $0,5\,\xi\,l$ $0,5\cdot 0,139\cdot 1200 = 83,5$ см от угла.

Несущую способность оболочки находим по формуле (3.7), где коэффициент $K_i$ определяется зависимостью (3.18).

$$K_9 = \frac{1,5.0,143+1,5.0,731.0,139+1,5.5,258.0,139^2-2,86.0,139^3}{0,139(3-3.0,139+0,139^2)} = 1,43;$$

$$q = \frac{2.0,5\cdot 3000\cdot 240}{10\cdot 1200^2}\cdot 1,43 = 715\ \text{кг/м}^2.$$

Интенсивность полезной предельной нагрузки по формуле (3.1) равна

$$p = 715 - 2400\cdot 0,04 = 619\ \text{кг/м}^2.$$

Значение параметра $\xi$ и коэффициента $K_9$ можно найти по табл.3 приложения 4. При $\omega$ =1,4, $\nu$ = 24,56, $m$ = 0,0167; $n$ = 12,32 и $k$ = 0,0166 по интерполяции находим $\xi$ = 0,141, $K_9$ = 1,438.

## Оболочка, свободно опертая по контуру

Пример 7. Определить несущую способность оболочки с параметрами, приведенными в примере 1, при свободном опирании ее по контуру.

Решение. Коэффициенты уравнения (3.24) равны:

$$G = 4.0,0166+\sqrt{2}.0,0167.12,32(2,58.0,5.0,25+0,0166) = 0,165;$$

$$M = 0,0166(2.1,4-1)+2\sqrt{2}.0,0167.12,32 = 0,61;$$

$$N = 2(1+1,4)-\sqrt{2}.0,0167.12.32 = 5,02;$$

$$P = 1,19 + 1,33.\,1,4 = 3,05.$$

Решение уравнения (3.24) дает $\xi$ = 0,154.

Для определения несущей способности по формуле (3.27) находим коэффициент $K_i = K_{11}$

$$K_{11} = \frac{0,165+0,61\cdot 0,154+5,02\cdot 0,154^2 - 3,05\cdot 0,154^3}{0,154(2-2.0,154+0,94.0,154^2)} = 1,47.$$

Несущая способность оболочки определяется по формуле (3.7):

$$q = \frac{2.0,5.3000.240}{10.1200^2} . 1,47 = 735 \text{ кг/м}^2,$$

а интенсивность полезной предельной нагрузки по формуле (3.1)

$$p = 735 - 2400 \cdot 0,04 = 639 \text{ кг/м}^2.$$

Параметр схемы излома $\xi$ и коэффициент $K_{11}$ можно найти по табл.4 приложения 4. При $\nu = 0$, $k = 0,0166$, $n = 12,32$ и $m = 0,0167$ находим $\xi = 0,152$, $K_{11} = 1,452$.

Пример 8. Для оболочки с параметрами, приведенными в примере 1, определить предельное сечение затяжки и величину распора при свободном опирании ее по контуру.

Решение. Для определения предельного сечения затяжки необходимо решить уравнение (3.27) и найти предельное значение параметра $\bar{\nu}$ по формуле (3.26).

Решение уравнения (3.27) дает $\xi = 0,148$, тогда

$$\bar{\nu} = \frac{(0,94.2,5-3,05).0,148^3-(2.2,5+5,02).0,148^2+(2.2,5-0,61).0,148}{0,5 \; . \; 2.0,0167.0,148(2-0,148)}$$

$$\frac{-0,165}{} = 88,5 .$$

Предельное сечение затяжки из стали класса А-II находим по формуле (3.14)

$$F_з = 88,5 \frac{0,5 \cdot 3000}{3000} = 44,25 \text{ см}^2 .$$

Величина распора определяется по формуле (3.19)

$$H = \frac{\sqrt{2}.0,5.3000.240}{2.10} x 88,5.0,0167(2-0,148) = 69000 \text{ кг} .$$

Покрытие с горизонтальными коньками

Пример 9. Квадратное в плане покрытие с горизонтальными коньками выполнено из оболочек, параметры которых приведены в примере 1. В местах сопряжения оболочек устроены коньковые балки сечением $2b_p \times h_p$ = 70x10 см. Рабочая арматура коньковых балок – четыре стержня диаметром 16 мм ( $F_p$ = 8,04 см$^2$) стали класса А-II.

Решение. Определяем положение нейтральной оси:

$$\eta = \frac{2.35.10}{4.1200} = 0,146; \qquad t = \frac{2.10}{240} = 0,083 .$$

По формуле (3.31) находим

$$\psi_3 = \frac{1+1,4.0,15-0,5.7,46.0,146}{1 + 7,46} = 0,078 > 0,$$

следовательно, нейтральная ось пересекает оболочку и в формуле (3.7) для определения несущей способности $K_i = K_{13}$.

Для определения коэффициента $K_{13}$ из уравнения (3.33) находим $\xi$ = 0,725, тогда

$$K_{13} = \frac{4,03-2,92 \cdot 0,725+3.0,725^2-0,725^3}{2.0,725(3-3\cdot 0,725+0,725^2)} = 1,57 .$$

Несущая способность, определяемая по формуле (3.7), равна

$$q = \frac{2.0,5 \cdot 3000 \cdot 240}{10 \cdot 1200^2} \times 1,57 = 785 \text{ кг/м}^2 .$$

Предельная интенсивность полезной нагрузки формула (3.1) равна:

$$p = 785 - 2400.0,04 - 1,5 \cdot 2400 \cdot 0,04.0,146 = 668 \text{ кг/м}^3 .$$

Покрытие с плоским контуром

Пример 10. Определить несущую способность покрытия с наклонными коньками и плоским контуром, образованного из четырех оболочек, параметры которых приведены в примере 1.

Решение. Поскольку нейтральная ось пересекает оболочку (см. пример 1), в выражении (3.7) для определения несущей способности

$$K_i = K_{15} = 1+1,5.7,46.0,15.0,25+0,5.1,4.0,15^2(3-0,15)-3(1+$$
$$+1,4x0,15-7,46.0,15).0,0091+1,5\left[2+1,4(1-0,15)\right]\times$$
$$\times 0,0091^2-(1+1,4+7,46).0,0091^3 = 1,41.$$

Несущая способность покрытия равна

$$q = \frac{2.0,5 \cdot 3000 \cdot 240}{10 \cdot 1200^2} \cdot 1,41 = 705 \text{ кг/м}^2,$$

а предельная интенсивность полезной нагрузки (формулы (3.1) и (3.8)).

$$p = 705-2400.0,04-2400.0,04.0,15(2+1) = 566 \text{ кг/м}^2.$$

Находим сечение затяжек покрытия по формуле (3.39)

$$F_з = \frac{705 \cdot 1200^3}{2\sqrt{2}.240.3000.10^4} = 60 \text{ см}^2.$$

## Литература к главе 1


1. Бартенев В.С. Практический метод расчета железобетонных ортотропных оболочек двоякой кривизны. В сб. трудов ТИСИ, т.XI. "Исследования по строительным конструкциям". Изд-во Томского университета, 1964.

2. Вайнберг Д.В., Рейтфарб И.З. Расчет пластин и оболочек с разрывными параметрами. В сб.:"Расчет пространственных конструкций", № 10. Стройиздат, 1965.

3. Власов В.З. а) Избранные труды, т.1. Изд-во АН СССР. 1962, б) т.III, Изд-во "Наука", 1964.

4. Гальфанд И.М., Шилов Г.Е. Обобщенные функции и действия над ними, Физматгиз, 1959.

5. Годунов С.К. О численном решении краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений."Успехи математических наук", XVI в.3(99), 1961.

6. Гребень Е.С. Метод расчета прямоугольных в плане пологих оболочек, подкрепленных ребрами в двух направлениях. В сб.: "Расчет пространственных конструкций" в.XII. Стройиздат, 1969.

7. Демидович В.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. "Численные методы анализа". Физматгиз, 1963.

8. Золотов О.Н. Анализ напряженно-деформированного состояния пологой оболочки складчатого типа."Строительная механика и расчет сооружений", 1970, № 6.

9. Инструкция по проектированию железобетонных пространственных покрытий и перекрытий. Госстройиздат, 1961.

10. Кальмейер А.Ф. Алгоритм и программа расчета пологих ребристых оболочек с переломами срединной поверхности. В сб.: "Организация и методика строительного проектирования с применением вычислительной и организационной техники". ГИПРОТИС. Реферативная информация, 1971.

11. Кондратьева Н.А. Решение краевой задачи для систем линейных дифференциальных уравнений методом ортогонализации. РКО-2, Библиотека программ для ЭВМ, вып. IV-50, 1968, ГИПРОТИС.

12. Коробов Л.А., Чиненков Ю.В. К расчету многоволновых пологих оболочек по безмоментной теории. "Строительная механика и расчет сооружений", 1970, № 6.

13. Кулагин А.А., Кормер Б.Т. Расчет пологих оболочек покрытий с учетом действительной жесткости контурных элементов. В сб.: "Строительное проектирование промышленных предприятий". № 2 Главпромстройпроект, 1968.

14. Кулагин А.А. Исследование напряженного состояния пологой ребристой сферической оболочки, нагружаемой сосредоточенными силами. В сб.:"Железобетонные конструкции промышленных зданий вып.2, "Пространственные конструкции", Стройиздат, 1970.

15. Ланс Дж.Н. "Численные методы для быстродействующих, вычислительных машин". Изд-во И.Л.,1962.

16. Милейковский И.Е. Расчет оболочек и складок методом перемещений. Госстройиздат, 1960.

17. Милейковский И.Е. Расчет оболочек на прямоугольном плане,очерченных по круговой поверхности переноса,методом перемещений (вариационный метод),главы 1 и 1Х в сб."Практические методы расчета оболочек и складок покрытий." Госстройиздат, 1970.

18. Милейковский И.Е. К расчету пологих оболочек на ЭЦВМ."Строительная механика и расчет сооружений", 1965, № 4.

19. Милейковский И.Е. Метод исходных уравнений при расчете пологих оболочек. В сб.: Новые методы расчета строительных конструкций." Госстройиздат, 1968.

20. Милейковский И.Е. Некоторые предложения по составлению и решению пологих оболочек применительно к ЭЦВМ. Труды 1У Всесоюзной конференции по применению ЭЦВМ в строительной механике, Госстройиздат, 1968.

21. Милейковский И.Е. Вариационный метод исходных уравнений в применении к расчету призматоидов. В сб.:"Теория и расчет сооружений". Труды ЦНИИСК им.Кучеренко, вып.13, М., 1970.

22. Милейковский И.Е., Золотов О.Н. К расчету складчатых систем на ЭЦВМ. В сб.:" Расчет оболочек." Труды ЦНИИСК им.Кучеренко, вып.6, М., 1970.

23. Милейковский И.Е., Золотов О.Н. Вариационный метод исходных уравнений при расчете складок и особенности напряженно-деформированного состояния оболочек складчатого типа. В сб.:"Пространственные конструкции. Зданий и сооружений, вып.1, Стройиздат, 1972.

24. Милейковский И.Е., Гречанинов И.П. Устойчивость прямоугольных в плане пологих оболочек. В сб.: "Расчет пространственных конструкций", вып.ХП, Госстройиздат, 1969.

25. Милейковский И.Е., Васильков Б.С. Расчет покрытий и перекрытий из пологих выпуклых оболочек двоякой кривизны. В сб.: "Экспериментальные и теоретические исследования тонкостенных пространственных конструкций". Госстройиздат, 1952.

26. Новицкий В.В. Дельта-функция и ее применение в строительной механике. В сб.: "Расчет пространственных конструкций", вып.УШ, Стройиздат, 1962.

27. Павилайнен В.Я. Расчет многоволновых покрытий. В сб.: "Расчет пространственных конструкций", вып. ХШ. Стройиздат, 1970.

28. Рабочие чертежи типовых железобетонных многоволновых оболочек положительной кривизны размером 18х24 и 18х30 м с железобетонными диафрагмами для покрытий бесфонарных зданий и зданий с зенитными фонарями (серия 1-466-1). Центральный ин-т типовых проектов. Москва. 1970.

29. Резников Р.А. а) Методы решения задач строительной механики на электронных цифровых машинах. Стройиздат, 1964. б) Решение задач строительной механики на ЭЦВМ. Стройиздат, 1971.

30. Чиненков Ю.В., Кузьмич Т.А. Экспериментальная оценка практического метода расчета сборных оболочек положительной кривизны из цилиндрических панелей. "Строительное проектирование промышленных предприятий". 1971, № 5.

31. Филин А.П. Элементы теории оболочек. Строй-

## Литература к главе 2

1. Ахвледиани Н.В., Сагажелова Е.С., Лежава Г.И., Туркестанишвили О.В. Экспериментально-теоретическое исследование четырехгранного пространственного покрытия. Расчет и испытание железобетонных конструкций. Тбилиси, 1966.

2. Ахмед А.М., Кораши, Хлебной Я.Ф. Расчет пространственных покрытий типа выпуклых многогранников на прямоугольном плане. Известия Высших учебных заведений. "Строительство и архитектура", 1971, № 8.

3. Власов В.З. Общая теория оболочек. Госстройиздат, 1949.

4. Гребень Е.С. Основные соотношения технической теории ребристых оболочек. Изв. АН СССР, Механика, №3, 1965.

5. Митрофанов Е.Н., Колтынюк В.А. Экспериментальное исследование моделей оболочек переноса. Пространственные конструкции покрытий. Сборник научных работ ЛенЗНИИЭП, Стройиздат, 1966.

6. Mazurkiewich Z. Bukling of Rectangular Plate Oblignely Reinforced by Ribs with Variable Flexural Rigidity. Bulletin de L'Academie Polonaise des sciences, volume X, N 6, 1962

7. Назаров А.Г. Некоторые контактные задачи теории оболочек. Доклады АН Арм.ССР, т.1Х, № 2, 1948.

8. Попов Р.А., Ушаков Н.А. Пологие складчатые оболочки из крупноразмерных плоских плит. "Строительное проектирование промышленных предприятий", 1968, № 1.

9. Хлебной Я.Ф., Иванов В.В., Шерадзе Л.Я. Пространственная конструкция покрытия из плоских плит. "Бетон и железобетон", 1968, № 2.

10. Элерс Г., Крамер Г., Гольденблат И., Ратц Э. Складчатые железобетонные конструкции. Научно-техническое издательство Украины, Харьков-Киев, 1934.

## Литература к главе 3

1. Дубинский А.М., Шарапов Г.В. Несущая способ - ность свободно опертых по контуру оболочек, очерченных по поверхности гиперболического параболоида. В сб.: "Строительные конструкции", вып.XIУ, Киев, 1970.

2. Дубинский А.М., Шарапов Г.В. Покрытия в вид гиперболических параболоидов. "Строительство и архитек тура", 1971, № 4.

3. Дубинский А.М., Шарапов Г.В. Несущая способ ность оболочек в виде гиперболического параболоида."При кладная механика", т.7, вып.4, 1971.

4. Дубинский А.М., Шарапов Г.В. Эффективность при менения оболочек отрицательной кривизны. "Строительств и архитектура", 1972, № 4.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Стр.

Ордена Трудового Красного Знамени
ЦНИИ строительных конструкций им.В.А.Кучеренко

Рекомендации

по методам расчета оболочек складчатого типа

Л 60658 подг. к печ. 19/У1-73 г. Заказ №850 Объем 8 п.л.
Бумага 60х90 1/16 тираж 500 экз. Цена 80 коп.

Производственные экспериментальные мастерские
ЦИНИС Госстроя СССР