МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТНОГО СТРОИТЕЛЬСТВА

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ВСЕСОЮЗНЫЙ ДОРОЖНЫЙ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
(СОЮЗДОРНИИ)

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

ПО РАСЧЕТУ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ, НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В ЦЕМЕНТОБЕТОННЫХ ПОКРЫТИЯХ

Москва 1976

Министерство транспортного строительства

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ВСЕСОЮЗНЫЙ ДОРОЖНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ (СОЮЗДОРНИИ)

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

ПО РАСЧЕТУ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ, НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В ЦЕМЕНТОБЕТОННЫХ ПОКРЫТИЯХ

Одобрены Минтрансстроем

Москва 1976

УДК 625.84.001.24

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАСЧЕТУ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ, НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В ЦЕМЕНТОБЕТОННЫХ ПОКРЫТИЯХ. Союздорнии. М., 1976.

Изложены основные закономерности теплопередачи в дорожных цементобетонных покрытиях с учетом радиационного баланса и конвективного теплообмена, приведены формулы и примеры расчета по ним температурных полей, напряжений и деформаций в покрытиях.

Для практического использования подробно изложена методика применения гармонического анализа, позволяющего выразить аналитически любую функцию распределения температуры по толщине покрытия во времени. Учитывая пожелания проектных и строительных организаций, все формулы даны в доступной для практического применения форме.

Табл. 6, рис. 2.

УДК 625.84.001.24

Предисловие

Изменения суточного хода температуры воздуха, интенсивности солнечной радиации, конвективного и кондуктивного теплообмена вызывают на поверхности и по толщине дорожных покрытий температурные напряжения, величина которых в ряде случаев может достигать прочности бетона. Поэтому является обязательным учет как температурных напряжений и деформаций при расчете трещиностойкости покрытий и работы швов, так и температуры твердения бетона при разработке технологии строительства покрытий.

В "Методических рекомендациях по расчету температурных полей, напряжений и деформаций в цементобетонных покрытиях" обобщены отдельные результаты экспериментальных и аналитических исследований, проведенных в Союздорнии (В.А.Черниговым, Н.И.Мусориным, О.Б.Федотовой, В.А.Лапшиным, Е.И.Броницким, В.А.Зельмановичем, Б.Б.Самойленко, Г.С.Бабаяном), в других институтах (Л.И.Горецким, И.А.Медниковым, Б.С.Раевым-Богословским, Е.А.Палатниковым, А.В.Павловым, Э.Д.Бондаревой, В.Д.Садовым, В.А.Воейковым) и за рубежом. Настоящие "Методические рекомендации" предназначены для использования проектными и строительными организациями на стадии как проектирования, так и строительства бетонных покрытий.

"Методические рекомендации" разработал канд.техн.наук В.А.Чернигов.

Замечания и предложения просьба направлять по адресу: 143900 Балашиха-6 Московской обл., Союздорнии.

Общие положения

1. Температурный фактор определенным образом влияет на формирование физических свойств бетона и на напряженно-деформированное состояние дорожной одежды в период эксплуатации дороги. При известных функциях изменения температуры поверхности и по толщине цементобетонного покрытия можно рассчитать :

величину и повторяемость температурных напряжений в плитах разной длины;

продольную устойчивость покрытия;

температурные деформации плит и швов;

глубину промерзания и оттаивания грунта под дорожной одеждой.

2. Самостоятельное значение имеет теплотехническое обоснование технологических процессов, обеспечивающих:

трещиностойкость покрытия до нарезки поперечных швов в затвердевшем бетоне;

заданную скорость набора прочности бетоном;

требуемую температуру твердения бетона по условиям стойкости поверхностного слоя покрытия и формирования его оптимальной структуры;

выбор требуемого способа ухода за свежеуложенным бетоном;

бетонирование покрытий в зимних условиях;

бетонирование покрытий в условиях сухого и жаркого климата.

Расчет температурных полей в цементобетонных покрытиях

Основные закономерности теплопередачи в покрытии

3. Изменение температуры в поверхностном слое и по толщине покрытия происходит вследствие меняюще-

гося в нем теплосодержания, обусловленного процессами радиационной, конвективной и кондуктивной тепло - передач. Направление тепловых потоков, составляющих тепловой баланс на поверхности покрытия, схематически показано на рис. 1.

4. Радиационная теплопередача R выражается радиационным балансом и является мерой притока лучистой энергии к поверхности покрытия:

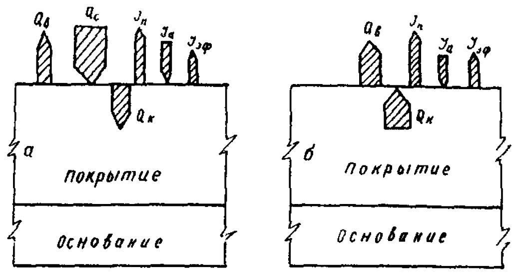

Рис.1. Схема составляющих теплового баланса на поверхности покрытия днем (а) и ночью (б):

$Q_с$ -коротковолновая суммарная радиация (прямая и рассеянная); $Q_в$ -конвективная теплопередача; $Q_к$ -кондуктивная тепло - передача; $J_п$ -длинноволновое излучение покрытия; $J_а$ - длинноволновое излучение атмосферы; $J_{эф} = J_п - J_а$ -эффективное излучение покрытия

$$R = \left(Q_п + Q_р\right)\left(1 - A\right) - J_{эф}, \quad (1)$$

где $Q_п$, $Q_р$ - потоки тепла соответственно от прямой и рассеянной радиации;

A - величина, характеризующая отражение тепла в зависимости от цвета поверхности, называемая коэффициентом альбедо поверхности.

5. Конвективная теплопередача $Q_в$ между поверхностью покрытия и воздухом выражается законом Ньютона:

$$Q_в = \alpha_к\left(T_п - T_в\right), \quad (2)$$

где $T_п$, $T_в$ - температура соответственно поверхности покрытия и воздуха[x];

[x] Здесь и далее температура принята в $^{\circ}$С.

$\alpha_к$ – коэффициент конвективной теплопередачи, зависящий от скорости ветра и перепада температуры $\Delta T = T_п - T_в$.

6. Кондуктивная теплопередача $Q_к$ от поверхности к подошве или от подошвы к поверхности покрытия определяется (в данном случае) приближенно законом Фурье:

$$Q_к = \pm \lambda \int_{t_1}^{t_2} \frac{dT(y,t)}{dy} \cdot dt , \qquad (3)$$

где $T(y,t)$ – функция распределения температуры по толщине покрытия во времени;

λ – коэффициент теплопроводности бетона.

7. С учетом направления тепловых потоков R, $Q_в$ и $Q_к$ (см.рис.1) уравнения тепловых балансов на поверхности покрытия имеют вид:

днем: $R = Q_в + Q_к$ или $Q_в = R - Q_к$; (4)

ночью: $Q_к = Q_в + J_{эф}$ или $Q_в = Q_к - J_{эф}$. (5)

В уравнениях (4) и (5) не учтены затраты тепла на испарение влаги с поверхности покрытия,так как при сухой погоде эти затраты ничтожны.

8. Подставив в уравнения (4) и (5) значения $Q_в = \alpha(T_п - T_в)$, найдем температуру поверхности покрытия $T_п$ и коэффициент конвективной теплопередачи α:

днем: $T_п = T_в + \dfrac{R - Q_к}{\alpha}$ и $\alpha = \dfrac{R - Q_к}{T_п - T_в}$; (6)

ночью: $T_п = T_в + \dfrac{Q_к - J_{эф}}{\alpha}$ и $\alpha = \dfrac{Q_к - J_{эф}}{T_п - T_в}$. (7)

Формулы (6) и (7) дают ясное представление о влиянии каждой составляющей теплового баланса на температуру поверхности покрытия и будут далее использованы в расчетах.

9. Численные значения параметров радиационного

баланса приведены в справочниках по климату или могут быть получены на метеорологических станциях, расположенных в районе строительства дороги. В СНиП II-А.6-72 приведены данные по радиации за июль и суточный ход освещенности горизонтальной поверхности по месяцам.

Известно, что суточный ход температуры воздуха является периодическим и приближается к простому гармоническому, например синусоидальному, виду с периодом 24 ч. Гармонической функцией, но более сложного вида, является также суточный ход радиационного баланса.

В зависимости от месяца длительность и величина прямой и рассеянной солнечной радиаций в дневные часы суток различна. По этой причине происходит периодическое изменение температуры поверхности покрытия в течение любых суток года, которое всегда можно строго описать тригонометрическим рядом.

10. Тепловые потоки в эксплуатируемом покрытии практически всегда направлены перпендикулярно к поверхности покрытия. И только до устройства обочин, вблизи оголенных торцов покрытия, наблюдается двухмерное температурное поле.

11. Закономерности изменения температуры по толщине покрытия дороги можно описать качественно следующими известными тремя законами Фурье о распространении температурных волн в полупространстве:

амплитуда колебаний экспоненциально убывает с глубиной;

температурные колебания в покрытии происходят со сдвигом фазы, т.е. максимумы (минимумы) температуры, например, на подошве запаздывают по сравнению с максимумами (минимумами) температуры на поверхности;

глубина проникания температурной волны возрастает с увеличением периода колебаний температуры на поверхности покрытия.

12. При толщине покрытия 20 см в натурных условиях наблюдается отставание максимальной температуры на подошве покрытия в среднем на 4-5ч по сравнению с максимальной температурой на поверхности.

13. При ясном небе (облачность 0-2 балла) максимальная температура поверхности покрытия наблюдается к 14-15 часам, а минимальная - в 4-6 часов. что соответствует наибольшей и наименьшей температуре воздуха в эти часы. В это время изменение температуры по толщине покрытия приближается к линейному виду.

14. В ясные зимние ночи температура поверхности покрытия может быть ниже температуры воздуха, что следует из формулы (7), при $J_{эф} > Q_к$. Это явление наиболее вероятно для Средней Азии, Казахстана и Восточной Сибири.

15. Летом температура поверхности покрытия ночью, как правило, выше температуры воздуха на 2-6 °С и зависит от скорости ветра и облачности.

16. Через 2-3ч после восхода солнца возникает почти безградиентное распределение температуры по толщине покрытия (12-24 см).

17. В период захода солнца температура поверхности близка к среднесуточной температуре поверхности и выравнивания температуры по толщине покрытия не наблюдается. С этого времени температура поверхности становится ниже температуры подошвы, и через 1-2ч после захода солнца тепловые потоки полностью направлены к поверхности покрытия.

18. При установившихся суточных периодических колебаниях температуры поверхности покрытия колебания ее суточных амплитуд по толщине практически происходят относительно оси среднемесячных распределений температуры (в расчетном месяце) с периодом, рав -

ным году (рис.2,а). Максимальная и минимальная среднемесячные температуры поверхности наблюдаются в конце июля и января.

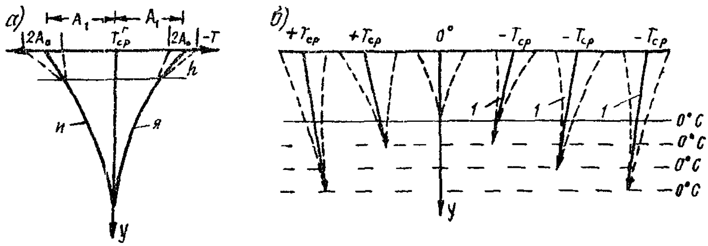

Рис.2. Схема колебаний суточных амплитуд A температуры по глубине y относительно оси среднемесячной температуры в январе ($я$), июле ($и$) и в первый месяц от начала промерзания относительно оси 1

19. В тех случаях, когда после ясных дней устанавливается пасмурная погода или происходит похолодание, среднемесячное распределение температуры по толщине до 2–3 м сильно искажается и не является осью, относительно которой происходят суточные колебания амплитуд температуры. В этих случаях при известном распределении температуры на поверхности покрытия для решения задачи распределения температуры и направления тепловых потоков по толщине покрытия может быть использован гармонический анализ.

20. В первый месяц от начала промерзания или оттаивания грунта основания и земляного полотна (примерно до 40–60 см) суточные амплитуды температуры колеблются относительно средней температуры по толщине покрытия, выражаемой линейным уравнением (рис. 2,б):

$$T_c(y) = T_c\left(1 - \frac{y}{h_б + h_{пр}}\right), \qquad (8)$$

где T_c – среднесуточная температура на поверхности покрытия;

$h_б$ – толщина покрытия;

$h_{пр}$ – глубина промерзания- оттаивания грунта под подошвой покрытия;

y – ордината с отсчетом от поверхности покрытия.

21. Изложенные закономерности теплопередачи в бетонных покрытиях являются общими для любых климатических условий, влияние которых проявляется через величины и повторяемость суточных амплитуд температуры на поверхности покрытия в зависимости от суточных амплитуд температуры воздуха, интенсивности и длительности в течение дня солнечной радиации и числа ясных, полуясных и пасмурных дней в году.

Расчет температуры поверхности покрытия

22. Решение теплотехнических задач возможно при известных граничных и начальных условиях. Граничное условие задается функцией изменения температуры на поверхности покрытия и на определенной глубине, а начальное условие – функцией распределения температуры по толщине в начальное время.

23. Максимальная и минимальная температура поверхности покрытия в течение суток может стать в ряде задач граничным условием или оказаться вспомогательной предельной величиной температуры при задании граничного условия, например, гармонической функцией. При отсутствии кондуктивной теплопередачи в покрытии (после 2–3 ч от восхода солнца, см. п.16) температура на поверхности покрытия может быть принята за начальное условие в задачах, например, распределения температуры по толщине.

24. Максимальную температуру поверхности покрытия $T_{п\,max}$ днем, соответствующую максимальной температуре воздуха $T_в$, найдем по формуле(6):

$$T_{п\,max} = T_в + \frac{(Q_п + Q_р)(1-A) - Э_{эф} - Q_к}{\alpha} . \qquad (9)$$

Тепловой поток $Q_к$ от поверхности покрытия толщиной h приближается в это время к стационарному и согласно формуле (3) выражается как

$$Q_к = 5\lambda \cdot \text{град}\, T_1 h, \qquad (10)$$

где град T_1 – максимальный градиент температуры в покрытии, равный 60°С/м в умеренном и 85°С/м в континентальном климате;

λ – коэффициент теплопроводности бетона.

25. Минимальную температуру поверхности покрытия $T_{п\,min}$ ночью, соответствующую минимальной температуре воздуха $T_в$, найдем по формуле (7):

$$T_{п\,min} = T_в + \frac{Q_к - Э_{эф}}{\alpha}. \qquad (11)$$

26. Тепловой поток $Q_к$ к поверхности покрытия в формуле (11) приближается в это время к стационарному и равен

$$Q_к = 5 \cdot \lambda \cdot \text{град}\, T_2 \cdot h, \qquad (12)$$

где град T_2 – максимальный градиент температуры в покрытии, равный 40°С/м в умеренном и 57°С/м в континентальном климате.

27. При безградиентном температурном поле в покрытии, наблюдаемом после 2–3 ч от восхода солнца, температуру поверхности $T_п$ и по толщине $T(y)$ определим по формуле (6), приняв $Q_к = 0$:

$$T_п = T(y) = T_в + \frac{(Q_п + Q_р)(1 - A) - Э_{эф}}{\alpha}. \qquad (13)$$

28. Для практических расчетов суточное изменение температуры $T(0,t)$ поверхности покрытия с перио –

дом T_0 , равным, например, 24 ч, выразим простой гармонической функцией:

$$T(0,t) = T_C + A_0 \sin(\omega t - \varphi_0) = T_C + A_0 \cos\left(\omega t - \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right), \quad (14)$$

где $A_0 = \dfrac{T_n(max) - T_n(min)}{2}$; $T_c = T_n(max) - A_0$; $\omega = \dfrac{2\pi}{24} = \dfrac{2\pi}{T_0}$

В данном случае начальная фаза $\varphi_0 = \frac{2\pi}{T_0} t_0$ выражает расчетное отклонение температуры в долях периода T_0 от положения равновесия – средней температуры T_c .

29. Изменение суточной температуры поверхности $T(0,t)$ покрытия с учетом колебаний температуры в годовом цикле (см.п.18) найдем как сумму суточных и годовых колебаний:

$$T(0,t) = T_1 + A_1 \sin \omega_1 t_1 + A_0 \sin(\omega t - \varphi_0) ; \quad (15)$$

$$A_1 = \frac{[T_n(max, \text{июль}) - A_0(\text{июль})] - [T_n(min, \text{январь}) - A_0(\text{январь})]}{2} ;$$

$$T_1 = \frac{T_n(max, \text{июль}) + T_n(min, \text{январь})}{2} ; \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T_{12}} ,$$

где T_1 – среднегодовая температура поверхности покрытия;

A_1 – среднегодовая амплитуда колебаний температуры на поверхности покрытия;

$T_n(max, \text{июль})$ – максимальная температура поверхности покрытия в июле, определяемая по формуле (9);

$T_n(min$,январь) – минимальная температура поверхности покрытия в январе, определяемая по формуле (11);

A_0(июль), A_0(январь) – максимальные суточные амплитуды колебаний температуры на поверхности покрытия соответственно в июле и январе, определяемые по формуле (14);

T_{12} – период колебаний годовой температуры, равный 12 месяцам;

t_1 – число месяцев, назначаемое от 1 до 12.

30. Расчет по формулам (9)-(15) приведен в приложении 1, а описание температуры поверхности тригонометрическим рядом - в приложении 2.

Расчет распределения температуры по толщине покрытия

31. При стационарном кондуктивном теплообмене в покрытии распределение температуры $T(y,t)$ по толщине выражается линейными функциями:

$$T(y) = T_1\left(1 - \frac{y}{h}\right) \text{ при } T_1 = T_n - T_{ng} \text{ и } T_n > T_{ng}; \qquad (16)$$

$$T(y) = T_2 \frac{y}{h} \text{ при } T_2 = T_{ng} - T_n \text{ и } T_n < T_{ng}; \qquad (17)$$

$$T(y) = T_n - \left(T_n - T_{ng}\right)\frac{y}{h} \text{ при } T_n > T_{ng}; \qquad (18)$$

$$T(y) = T_n + \left(T_{ng} - T_n\right)\frac{y}{h} \text{ при } T_n < T_{ng}, \qquad (19)$$

где $T_{пд}$ – температура на подошве покрытия.

При этом в срединной плоскости плиты температура, заданная функциями (16), (17) и (18–19), соответственно равна:

$$T_1\left(\frac{h}{2}\right)=\frac{T_1}{2}; \quad T_2\left(\frac{h}{2}\right)=\frac{T_2}{2}; \quad T\left(\frac{h}{2}\right)=\frac{T_п+T_{пд}}{2}.$$

32. Изменение температуры $T(y,t)$ в любые часы суток по толщине покрытия при граничном условии на поверхности в виде гармонической функции может быть приближенно найдено на основе известного решения о распространении температурных волн в полупространстве:

$$\frac{\partial T}{\partial t}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad 0\leq y<\infty, \quad T_{y=0}=A_0\cos\omega t,$$
$$T(y,t)=A_0 exp\left(-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\right)\cdot\cos\left(\omega t-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\right); \tag{20}$$
$$T(y,t)=A_0 exp\left(-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\right)\cdot\sin\left(\omega t-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}+\frac{\pi}{2}\right),$$

где a – коэффициент температуропроводности бетона, $м^2/ч$.

В формуле (20) экспонента $exp\left(-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\right)$ дает коэффициент снижения амплитуды A_0 по толщине покрытия, а $\cos\left(\omega t-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\right)$ – изменение амплитуды во времени со сдвигом фазы на величину $y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}$ (см.п.11).

33. Используя формулу (20) и начальное условие о нулевом градиенте в покрытии после 2–3 ч от восхода солнца, получим расчетную формулу:

$$T(y,t)=T_c\left(1-\frac{y}{b_0}\right)+A_0 exp\left(-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\right)\cos\left(\omega t-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}-\varphi_0\right) \tag{21}$$

где φ_0 – сдвиг фазы температуры поверхности покрытия от $T_{п\,max}$ до $T_{ноч}$ при $t=0$, выражаемый в градусах или радианах (например, при $T_{n\,max}$ в 14 часов, $T_{нач}$ в 7 часов и T_0 = 24 ч будем иметь $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{24} = \frac{7\pi}{12}$ или φ_0 =90+15=105° с отсчетом времени t = 0 в 7 часов).

Величину коэффициента b_0 в формуле (21) найдем из равенства $T(0,0) = T(y,0)$ или

$$T_c + A_0 \cos(-\varphi_0) = T_c\left(1 - \frac{y}{b_0}\right) + A_0 \exp\left(-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\right)\cdot\cos\left(-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}} - \varphi_0\right),$$

откуда
$$b_0 = \frac{y\ T_c}{A_0\left[\exp\left(-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\right)\cdot\cos\left(-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}-\varphi_0\right)-\cos\varphi_0\right]}. \quad (22)$$

При наличии экспериментальных данных о суточном ходе температуры поверхности покрытия или расчетных данных о температуре поверхности через 2-3 ч после восхода, в 13-14 часов и во время захода солнца расчет распределения температур по толщине можно произвести приближенно на основе гармонического анализа путем подбора постоянных коэффициентов в ряде Фурье (см.приложение 2).

Расчет температурных напряжений в бетонных покрытиях

Расчетные формулы термонапряженного состояния покрытия

34. Температурные напряжения всегда возникают в покрытии при несостоявшихся температурных деформациях - продольных и коробления (изгиба). Поэтому температурные напряжения в покрытии нельзя измерять датчиками деформаций; их можно определить расчетом, например на основе известной формулы С.П.Тимошенко, которая для цилиндрического изгиба плиты (края покрытия) имеет вид:

$$\sigma_T = \frac{E\alpha T(y)}{1-\mu^2} - \frac{E\alpha}{h(1-\mu^2)}\int_0^h T(y)\,dy - \frac{12E\alpha\left(\frac{h}{2}-y\right)}{h^3(1-\mu^2)}\int_0^h T(y)\left(\frac{h}{2}-y\right) \tag{23}$$

где σ_T – температурное напряжение в покрытии;

α – коэффициент линейного температурного расширения бетона;

E – модуль упругости бетона;

μ – коэффициент Пуассона, для бетона равный 0,15–0,20, что дает $(1-\mu^2) \approx 1$;

$T(y)$ – расчетная функция распределения температуры по толщине покрытия.

В правой части формулы (23) первый член выражает напряжения σ_{1T}, возникающие в покрытии при невозможности деформаций продольных и коробления; второй член – σ_{2T} при невозможности только продольных деформаций; третий – σ_{3T} при невозможности только деформаций коробления. Следовательно, для свободного края покрытия без поперечных швов получим

$$\sigma_{1T} = E\alpha T(y). \tag{24}$$

Для свободного края середины плиты, которая под действием собственного веса не может коробиться и где беспрепятственно возникает продольная температурная деформация, получим

$$\sigma_{1,2T} = E\alpha T(y) - \frac{E\alpha}{h}\int_0^h T(y)\,dy. \tag{25}$$

35. Если бы плита была невесомой и могла полностью коробиться и продольно смещаться, то при нелинейном распределении температуры по толщине в ней возникли бы напряжения, которые принято называть собственными напряжениями, определяемые по формуле (23). В этом случае напряжения $\sigma_{1,2T}$, найденные

по формуле (25), означают сумму напряжений от невозможности коробления (изгиба) плиты и собственных напряжений, т.е., иначе, разность первых двух членов ($\sigma_{1T} - \sigma_{2T}$) не равна третьему члену σ_{3T} в формуле (23) или

$$\sigma_{1,2T} = \sigma_{1T} - \sigma_{2T} = \sigma_T + \sigma_{3T}. \tag{26}$$

Если возможно частичное коробление плиты, то напряжения уменьшаются пропорционально коэффициенту C_x, определяемому по известному графику Бредбери. В этом случае формула (26) примет вид:

$$\sigma_{1,2T} = \sigma_T + \sigma_{3T} C_x = \sigma_{1T} - \sigma_{2T} - \sigma_{3T} + \sigma_{3T} \cdot C_x = \sigma_{1T} - \sigma_{2T} - \sigma_{3T}(1 - C_x). \tag{27}$$

При $C_x = 1$, что означает невозможность коробления плиты, получим формулу (26) или соответствующую ей (25). Вывод формулы (27) справедлив при наличии напряжений растяжения при изгибе на подошве плиты, обусловленных третьим членом в формуле (23).

36. С понижением или повышением температуры плита соответственно сокращается или удлиняется. При этом на ее подошве возникают силы трения-сцепления, в результате которых в плите появляются осевые напряжения σ_p растяжения или сжатия, определяемые на основе известной формулы Кулона $N = \eta Q$, или

$$N = \sigma_p \cdot h \cdot b \; ; \quad N = \eta \gamma \cdot b \cdot h \frac{\ell}{2}, \tag{28}$$

откуда $\sigma_p = \eta \gamma \frac{\ell}{2}$,

где η - коэффициент трения-сцепления между подошвой плиты и основанием;

γ - плотность бетона;

ℓ - длина плиты между поперечными швами.

Более сложные формулы, по сравнению с выражением

(28), учитывающие деформации плиты и функцию температуры, представляют интерес в исследовательских целях. Для инженерных расчетов вполне пригодна формула (28), так как напряжения σ_p при изменении коэффициента трения f от 0,5 до 1,5 сравнительно малы.

При современных конструкциях дорожных одежд увеличение длины плиты на каждые 10 м приводит к незначительному увеличению напряжений: на 1-2 кгс/см^2. Поэтому в коротких плитах длиной 4-8 м напряжения σ_p в большинстве случаев можно не учитывать.

Расчет температурных напряжений при линейном распределении температуры по толщине покрытия

37. При линейном распределении температуры в покрытии и невозможности продольных деформаций и коробления температурные напряжения по толщине определяют по формуле (24) с подстановкой соответствующей функции $T(y)$ из выражений (16)-(19). Из формулы (24) следует, что взаимовлияние между напряжениями в различных плоскостях покрытия не возникает при повсюду одинаковой толщине покрытия и равных величинах E и α бетона по толщине и длине покрытия.

38. Если плита не имеет возможности коробиться ($C_x = 1$), а продольные деформации проявляются полностью, то расчет температурных напряжений σ_T производят по формуле (25) с учетом $T(y)$ из (16)-(17), или

$$\sigma_{1,2T} = E\alpha T_1\left(\frac{1}{2} - \frac{y}{h}\right); \qquad (29)$$

$$\sigma_{1,2T} = E\alpha T_2\left(\frac{y}{h} - \frac{1}{2}\right). \qquad (30)$$

Из формул (29)-(30) видно, что по толщине плиты возникают только напряжения изгиба. Напряжения со знаком "плюс" соответствуют напряжениям сжатия при изгибе, со знаком "минус" - растяжения при изгибе. Продольные деформации и соответствующие им напряжения, выражаемые вторым членом правой части формулы (25), пропорциональны перепаду температуры в срединной плоскости плиты.

39. При частичном короблении плиты выпуклостью вверх ($C_x < 1$) температурные напряжения находят по формуле (27), что равносильно умножению правой части формулы (29) на коэффициент $C_x < 1$:

$$\sigma_{1,2T} = E\alpha T_1\left(\frac{1}{2} - \frac{y}{h}\right)C_x \quad \text{при} \quad T(y)=T_1\left(1 - \frac{y}{h}\right). \qquad (31)$$

Расчет температурных напряжений при гармоническом изменении температуры в покрытии

40. При отсутствии в покрытии продольных деформаций и коробления температурные напряжения определяют по формуле (24) с учетом гармонической функции температуры $T(y,t)$, выраженной, например, формулой (21). Чтобы определить напряжения σ_{1T} на подошве или поверхности покрытия по формуле (24), достаточно в формуле (21) принять соответственно $y=h$ или $y=0$.

41. При свободных продольных деформациях расчет температурных напряжений в плитах, не имеющих возможности коробиться ($C_x=1$) или имеющих частичную возможность коробления ($C_x<1$), производят по формуле (27), которую запишем в полном виде:

$$\sigma_{1,2T}=E\alpha T(y)-\frac{E\alpha}{h}\int_0^h T(y,t)\,dy-\frac{12E\alpha\left(\frac{h}{2}-y\right)(1-C_x)}{h^3}\int_0^h T(y,t)\left(\frac{h}{2}-y\right)dy, \qquad (32)$$

где $T(y,t)$ – гармоническая функция температуры по толщине покрытия, заданная, например, формулой (21).

При $C_x = 1$ формула (32) соответствует формуле (25).

Для интегрирования функции (21) в формуле (32) следует выразить $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$ и далее произвести интегрирование согласно известным табличным интегралам:

$$\int e^{ax} \sin bx\, dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2}(a \sin bx - b \cos bx);$$

$$\int e^{ax} \cos bx\, dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2}(a \cos bx + b \sin bx).$$

Конечная расчетная формула $\sigma_{1,2T}$ получается громоздкой и мало приемлемой для практики из-за вероятных ошибок при вычислениях. Поэтому целесообразнее в каждом конкретном случае построить по формуле (21) график распределения температуры в плите, найти значения интегралов по правилу трапеций (приложение 3) или Симпсона и произвести вычисления σ_T по формулам (25) или (32).

Расчет температурных деформаций плит и поперечных швов в покрытии

42. В общем случае продольные температурные деформации $\Delta \ell_T$ или относительные температурные деформации ε_T плит равны:

$$\Delta \ell_T = \alpha \ell (T_H - T_K); \tag{33}$$

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta \ell_T}{\ell} = \alpha (T_H - T_K), \tag{34}$$

где ℓ – длина плиты;

$T_н$ – начальная температура, соответствующая расчетному началу охлаждения или нагрева плиты;

$T_к$ – конечная температура, соответствующая расчетному концу охлаждения или нагрева плиты.

43. Для определения расчетных температур $T_н$ и $T_к$ воспользуемся вторым членом правой части формулы (23):

$$\sigma_{2T} = \frac{E\alpha}{h}\int_0^h T(y)dy. \qquad (35)$$

Напряжения σ_{2T} возникают в плите (см.п.34) при невозможности только продольных деформаций. Поэтому средняя температура в покрытии, которую можно принять за расчетную начальную $T_н$ или конечную $T_к$, будет равна

$$T_c = \frac{1}{h}\int_0^h T(y)dy. \qquad (36)$$

При линейном распределении температуры по толщине плиты расчетная температура T_c, как это следует из формулы (36), при $T(y)=T_1(1-\frac{y}{h})$ будет равна температуре в срединной плоскости, или $T_c = \frac{T_1}{2}$ (см.п.31).

При нелинейном распределении температуры по толщине покрытия средняя температура может значительно отличаться от температуры в срединной плоскости, что объясняется изменением волны температуры в плите по экспоненциальной зависимости и отставанием во времени максимальной амплитуды (см.п.12). Находить среднюю температуру следует по формуле (36).

44. Продольную температурную деформацию $\Delta\ell_T$ плиты за любое время суток $\Delta t = t_1 - t_2$ определяем по формуле (33), вычислив предварительно $T_н$ и $T_к$ по формуле (36):

$$T_H = \frac{1}{h}\int_0^h T(y,t_1)\,dy\ , \quad T_K = \frac{1}{h}\int_0^h T(y,t_2)\,dy\ , \qquad (37)$$

где $T(y,t_1)$, $T(y,t_2)$ – суточные функции температуры по толщине покрытия, выражаемые формулой (21), в моменты времени t_1 и t_2.

Интегрирование функции (21) в формуле (37) следует производить приближенно по правилу трапеций.

Продольные деформации $\Delta \ell_1$ плиты за месяц или год с достаточной точностью можно определить, найдя среднюю температуру в данный момент времени, равную температуре в срединной плоскости плиты при линейном перепаде по толщине.

Для этого вычисляют температуру поверхности плиты по формуле (15) и далее по формулам (16) или (17) находят расчетную температуру в срединной плоскости плиты, приняв градиенты температуры град T в зависимости от климата по пп. 24-26.

45. Ширина раскрытия поперечных швов между примыкающими плитами одинаковой длины, казалось бы, должна быть равна продольной деформации одной плиты и определяться по формулам (33)-(37). Однако в натурных условиях геометрическая и физическая середины плит не совпадают, что объясняется неравномерным распределением сил трения-сцепления по подошве плиты и сил от возможного смерзания подошвы или боковых граней плит с грунтом. Натурные измерения деформаций 10-12 последовательно расположенных швов дают обычно деформации отдельных швов, различающиеся в 1,3-1,5 раза. Сумма деформаций всех 10-12 швов обычно равна расчетной величине, а распределение деформаций соответствует закону Гаусса. Учитывая это обстоятельство, следует полученную по формуле (33) ширину раскрытия паза поперечного шва принимать за среднюю величину при среднеквадратическом откло-

нении $\delta = 0,15 \Delta \ell_T$. Следовательно, максимальная и минимальная расчетные деформации паза шва будут равны:

$$\Delta \ell = \alpha \ell (T_k - T_H)(1 \pm 0,45).$$

Наряду с температурными деформациями в первые 1,5–2 года наблюдается усадка бетона плит, которая эквивалентна деформациям от понижения температуры на 10–12°С. При резинобитумных мастиках, которыми периодически (через 2–3 года) заполняют швы, едва ли целесообразно учитывать в расчетах деформации паза от усадок бетона, так как усадка бетона приводит к увеличению ширины паза. Если применять герметики, работающие в пазе более 4 лет, то при расчете деформации паза следует увеличивать расчетный перепад температуры ($T_H - T_K$) на 10°С. Учет усадки бетона приведет к необходимости нарезки пазов шва большей ширины (приложение 4).

В период эксплуатации цементобетонных покрытий на уклонах дорог раскрытие швов между плитами меньше, чем на горизонтальных участках. Это явление обусловлено некоторым сползанием плит по направлению уклона покрытия. Поэтому на таких участках дороги для оценки предельной растяжимости мастик-герметиков нет надобности производить расчет раскрытия швов в летне-осенний период до начала промерзания основания.

46. У всех видов мастик-герметиков, применяемых в настоящее время для заполнения пазов швов, с понижением температуры резко снижаются вязкие и деформативные свойства. В зависимости от климатических условий расчетная минимальная температура, соответствующая предельной величине раскрытия шва, может изменяться от минус 5°С в южных районах СССР до минус 50°С и ниже в северных районах. Сама же мас-

тика, находясь в пазе, будет иметь минимальную температуру зимой, практически равную температуре поверхности покрытия. Поэтому изложенные расчеты температурных полей и деформаций швов указывают на необходимость дифференцированного назначения ширины паза шва не только в зависимости от длины плит - предельной продольной деформации, но и в зависимости от предельной растяжимости мастик в расчетном диапазоне температур заданного климатического района. Это означает, что при одинаковых свойствах мастики и геометрических размерах плит ширина паза шва в южных районах должна быть меньше, чем в северных.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Примеры расчета температуры покрытия

Пример 1. Найти температуру поверхности покрытия в Московской обл. в 14 часов июля.

Дано: $T_в = 25^oC$; облачность 0–2 балла; $Q_п + Q_р = 559+105 = 664 \frac{ккал}{м^2 \cdot ч}$;

$$J_{эф} = 72 \frac{ккал}{м^2 \cdot ч};\ A = 0{,}3;\ град\ T = 0{,}6^oC/см = 60^oC/м;\ h = 20\ см;\ \alpha = 20 \frac{ккал}{м^2 \cdot ч \cdot град};$$

$$\lambda = 2 \frac{ккал}{м^2 \cdot ч \cdot град}.$$

По формуле (10) найдем $Q_к = 5 \cdot 2 \cdot 60 \cdot 0{,}2 = 120$ ккал.

По формуле (9) получим искомую температуру поверхности

$$T_{п\ max} = 25 + \frac{664(1-0{,}3)-72-120}{20} = 25+13{,}6=38{,}6^oC.$$

Пример 2. Найти температуру поверхности покрытия в Московской обл. в 7 часов июля.

Дано: $T_в = 14^oC$; облачность 0–2 балла; $Q_п + Q_р = 270$; $J_{эф} = 72$; град $T = 0$; $Q_к = 0$; $A = 0{,}3$; $\alpha_к = 20$.

По формуле (13) найдем $T_{п(7)} = 14 + \frac{270 \cdot 0{,}7 \cdot 72}{20} = 19{,}8^oC$.

Пример 3. Найти минимальную температуру поверхности покрытия в Московской обл. в 4 часа июля.

Дано: $T_в = 10^oC$; $J_{эф} = 70$; $\lambda = 2$; $Q_п + Q_р = 0$; град $T = 40^oC/м$; $h = 20$ см; $\alpha_к = 3$.

По формуле (12) имеем $Q_к = 5 \cdot 2 \cdot 40 \cdot 0{,}2 = 80$ ккал.

По формуле (11) получим $T_{п\ min} = 10 + \frac{80-70}{3} = 13{,}3^oC$.

П р и м е р 4. Найти максимальную температуру поверхности покрытия в Московской обл. в 14 часов июля с учетом колебаний температуры в годовом цикле.

Дано: $T_{п(max,\ июль)} = 38{,}6$; $T_{п(min,\ июль)} = 13{,}3$, $T_{п(min,\ январь)} = -30^{\circ}С$.

Определим по формулам (14) и (15) величины A_0, A_1, T_1:

$$A_0 = (38{,}6-13{,}3):2 = 12{,}65^{\circ}С;$$

$$A_1 = \frac{(38{,}6-12{,}65)-(-30+6)}{2} = 25^{\circ}С;$$

$$T_1 = \frac{38{,}6-30}{2} = 4{,}3^{\circ}С.$$

При t_1 = 3 месяцам, $\varphi_0 = 0$ и t =6 ч по формуле (15) найдем

$$T\,(0{,}14) = 4{,}3+25\sin\frac{2\pi}{12}\cdot 3+12{,}65\sin\frac{2\pi}{24}\,6 = 41{,}9^{\circ}С.$$

Расчет $T\,(0,t)$ по формуле (15) дает лучшее приближение к результатам натурных измерений $T\,(0,t)$ в дневные часы и худшее – в утренние, что объясняется отклонением в утренние часы хода температуры от синусоиды.

П р и м е р 5. Найти температуру подошвы покрытия в Московской обл. в 14 и 19 часов июля.

Дано: $T_{ср} = 26^{\circ}С$ (см.пример 1 и 2); $A_0 = 12{,}65^{\circ}С$; $a = 0{,}003\ \frac{м^2}{ч}$; h = 20 см; $\varphi_0 = 15^{\circ}С$.

Найдем параметр b_0 по формуле (22):

$$b_0 = \frac{0{,}2\cdot 26}{12{,}65\left[e^{-\sqrt{\frac{3{,}14}{24\cdot 0{,}003}}\cdot 0{,}2}\cos\left(-0{,}2\sqrt{\frac{3{,}14}{24\cdot 0{,}003}}-\frac{3{,}14}{2}-\frac{3{,}14}{12}\right)-\cos\left(-\frac{3{,}14}{2}-\frac{3{,}14}{12}\right)\right]} = -41{,}2.$$

Температуру подошвы покрытия в 14 и 19 часов опре - делим по формуле (21):

$$T(0,2;\ 14)=26\left(1-\frac{0,2}{41,2}\right)+12,65e^{-\sqrt{\frac{3,14}{24\cdot 0,003}}\cdot 0,2}\ \times$$

$$\times\cos\left(\frac{2\cdot 3,14\cdot 7}{24}-0,2\sqrt{\frac{3,14}{24\cdot 0,003}}-\frac{3,14}{2}-\frac{3,14}{12}\right)=27^{\circ}C;$$

$$T(0,2;\ 19)=26\left(1-\frac{0,2}{41,2}\right)+12,65e^{-\sqrt{\frac{3,14}{24\cdot 0,003}}\cdot 0,2}\ \times$$

$$\times\cos\left(\frac{2\cdot 3,14\cdot 12}{24}-0,2\sqrt{\frac{3,14}{24\cdot 0,003}}-\frac{3,14}{2}-\frac{3,14}{12}\right)=29,5^{\circ}C.$$

Максимальная температура подошвы покрытия $29,5^{\circ}C$ (так как $\cos 0=1$) наблюдается в 19 часов, а макси - мальная температура поверхности - в 14 часов.

Приложение 2

Применение практического гармонического анализа при расчете температуры покрытия

Суточный ход температуры поверхности покрытия отличается от периодической функции, выражаемой, например, простой синусоидой. Если сложить отдельные синусоиды с частотами и периодами, кратными наименьшей из них, то получится периодическая функция более сложного вида:

$$T(0,t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(nx + \varphi_n). \qquad (1)$$

Разложение каждого члена ряда (1) по формуле для синуса суммы приводит к ряду Фурье:

$$\left.\begin{aligned} &T(0,t) = a_0 + \sum_{1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \\ &\quad + a_3 \cos 3x + \ldots + b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + b_3 \sin 3x + \ldots \\ &\text{При этом} \quad x = 2\pi \frac{t}{T_0};\ 2x = 2\pi \frac{t}{T_1},\ 3x = 2\pi \frac{t}{T_2}, \ldots, \\ &\text{откуда} \quad T_0 = 2T_1 = 3T_2 = 4T_3 = \ldots \end{aligned}\right\} (2)$$

Для первых пяти гармоник коэффициенты a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 находят по следующим формулам:

$$
\left.
\begin{array}{ll}
a_0 = \frac{1}{12}\left(u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5\right); & \\
a_1 = \frac{1}{6}\left[v_0 + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(u_1 - u_5\right) + \frac{1}{2}\left(u_2 - u_4\right)\right]; & b_1 = \frac{1}{12}\left[v_1 + v_5 + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(v_2 + v_4\right) + v_3\right]; \\
a_2 = \frac{1}{6}\left[u_0 - u_3 + \frac{1}{2}\left(u_1 + u_5\right) - \frac{1}{2}\left(u_2 + u_4\right)\right]; & b_2 = \frac{\sqrt{3}}{12}\left[v_1 - v_5 + \left(v_2 - v_4\right)\right]; \\
a_3 = \frac{1}{6}\left[v_0 - u_2 + u_4\right]; & b_3 = \frac{1}{6}\left(v_1 + v_5 - v_3\right); \\
a_4 = \frac{1}{6}\left[u_0 + u_3 - \frac{1}{2}\left(u_1 + u_5\right) - \frac{1}{2}\left(u_2 + u_4\right)\right]; & b_4 = \frac{\sqrt{3}}{12}\left(v_1 - v_5 - v_2 - v_4\right); \\
a_5 = \frac{1}{6}\left[v_0 - \frac{\sqrt{3}}{2}\left(u_1 - u_5\right) + \frac{1}{2}\left(u_2 - u_4\right)\right]; & b_5 = \frac{1}{12}\left[v_1 + v_5 - \frac{\sqrt{3}}{2}\left(v_2 + v_4\right) + v_3\right] \\
a_6 = \frac{1}{12}\left[u_0 - u_3 - \left(u_1 + u_5\right) + \left(u_2 + u_4\right)\right]; &
\end{array}
\right\} \quad (3)
$$

Вычисление величин u и v, входящих в формулы (3), производят, пользуясь табл. 1 для двенадцати ординат:

Таблица 1

	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
	y_6	y_{11}	y_{10}	y_9	y_8	y_7
Суммы (u)	u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
Разности (v)	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5

Пример 1. В результате натурных замеров через каждые два часа в течение суток получены величины температуры поверхности покрытия, указанные в табл.2 (крайние значения температуры на расстоянии одного периода должны находиться в одинаковых фазах).

Таблица 2

Время суток, ч	7	9	11	13	15	17	19	21	23	1	3	5	7
Температура поверхности, °С	17	23	29	33	34	32	27	22	20	17	15	14	17
Ординаты y	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_0

Требуется выразить аналитически суточный ход температуры $T\ (0, t\ )$, т.е. определить коэффициенты a_0, a_n, b_n и число членов ряда (2), дающих в сумме достаточное приближение к измеренной температуре.

По табл. 1 найдем суммы u и разности v:

	17	23	29	33	34	32
	27	14	15	17	20	22
Суммы (u)	44	37	44	50	54	54
Разности (v)	-10	9	14	16	14	10

По формуле (3) определим коэффициенты:

$$a_0 = \frac{1}{12}\ (44+37+44+50+54+54) = 23,5;$$

$$a_1 = \frac{1}{6}\left[-10 + \frac{\sqrt{3}}{2}\ (37-54) + \frac{1}{2}\ (44-54)\right] = -4,93.$$

Аналогично получены $a_2 = -1,6$; $a_3 = 0$; $a_4 = 0$; $a_5 = 0$; $a_6 = 0,08$; $b_1 = 8,22$; $b_2 = -0,146$; $b_3 = 0,5$; $b_4 = -0,146$; $b_5 = 0,27$.

Вычисления a_n и b_n проверим по формулам:

$$y_0 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 23,5-4,93-1,6+0+0+0+ + 0,08 = 17,08;$$

$$y_1 - y_{11} = v_1 = b_1 + b_5 + 2b_3 + \sqrt{3}\,(b_2 + b_4) = 9 - 8,22+0,27+2\cdot 0,5+ +\sqrt{3}\,(-0,146-0,146) \approx 8,99.$$

Вычисления коэффициентов правильны, и ряд (2) примет вид:

$$T(0,t) \approx 23{,}5-4{,}93\cos\frac{2\pi}{T_0}t-1{,}6\cos\frac{4\pi}{T_0}t+0{,}08\cos\frac{12\pi}{T_0}t+$$
$$+8{,}22\sin\frac{2\pi}{T_0}t-0{,}146\sin\frac{4\pi}{T_0}t+0{,}5\sin\frac{6\pi}{T_0}t-0{,}146\sin\frac{8\pi}{T_0}t+$$
$$+0{,}27\sin\frac{10\pi}{T_0}t.$$

При T_0 = 24ч и t = 0 получим $T(0{,}0) = y_0 = 17^\circ C$ в 7 часов. Если T_0 = 24 ч, t = 6 ч и $\frac{2\pi}{T_0} = 15^\circ$, то $T(0{,}6) = 33{,}01^\circ C$ в 13 часов. Таким образом, имеем практически равенство расчетной температуры с измеренной. Причем от первых двух членов ряда получаем $T(0{,}6) = 32{,}88^\circ C$.

Чтобы выразить $T(0, t)$ в виде ряда (1), необходимо найти амплитуды A_n и начальные фазы φ_n каждой гармоники по формулам

$$A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2} \quad \text{и} \quad tg\,\varphi_n=\frac{a_n}{b_n}. \tag{4}$$

В зависимости от знаков a_n и b_n находят четверть, в которой лежит угол φ_n, по табл. 3.

Таблица 3

a_n	b_n	φ_n	$\varphi_n = f(\alpha_n)$
+	+	I	$\varphi_n = \alpha_n$
+	–	II	$\varphi_n = 180^\circ - \alpha_n$
–	–	III	$\varphi_n = 180^\circ + \alpha_n$
–	+	1У	$\varphi_n = 360^\circ - \alpha_n$

Тогда будем иметь угол φ_1 в 1У четверти, $A_0 = a_0$ и далее:

$$A_1=\sqrt{-4{,}93^2+8{,}22^2}=9{,}45; \quad tg\,\varphi_1=\frac{-4{,}93}{8{,}22}=-0{,}6.$$

По числу –0,6 найдем угол, равный 31°, и обозначим его $\alpha_1 = 31°$. Согласно табл. 3 $\varphi_1 = 360-31=329°$. Аналогично находят $A_2, A_3, \dots, A_n$ и $\varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_n$.

Таким образом получим:

$$T(0,t) = 23{,}5+9{,}45 \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + 329°\right)+ \dots$$

или
$$T(0,t) = 23{,}5+9{,}45 \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t - 31\right)+ \dots .$$

При известной функции температуры $T(0,t)$ поверхности покрытия, выраженной рядом Фурье, расчет температуры по толщине покрытия можно приближенно произвести на основе решения о распространении температурных волн в полупространстве. Применительно к бетонным покрытиям такое решение использовал в 1938 г. К.Эберле в виде:

$$T(y,t) = A_0 + A_1 e^{-y\sqrt{\frac{\pi}{T_0 a}}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t - y\sqrt{\frac{\pi}{T_0 a}} - \varphi_1\right) + A_2 e^{-y\sqrt{\frac{2\pi}{T_0 a}}} \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{T_0} t - y\sqrt{\frac{2\pi}{T_0 a}} - \varphi_2\right) + \dots \tag{5}$$

Формула (5) равнозначна формуле вида:

$$T(y,t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-y\sqrt{\frac{\pi n}{T_0 a}}} \left[a_n \cos\left(\frac{\pi n}{T_0} t - y\sqrt{\frac{\pi n}{T_0 a}}\right) + b_n \sin\left(\frac{\pi n}{T_0} t - y\sqrt{\frac{\pi n}{T_0 a}}\right)\right]. \tag{6}$$

Используя третий закон Фурье и данные натурных измерений (через каждые 2 ч) температуры в покрытии за сутки, К.Эберле решал две задачи расчета:

– коэффициента теплопроводности бетона по известной зависимости отношений амплитуд:

$$A(y_1) = A(y_2) e^{-(y_1 - y_2)\sqrt{\frac{2\pi \cdot c_0}{T_0 \lambda}}}, \tag{7}$$

где
$$a = \frac{\lambda}{c\gamma} = \frac{\lambda}{c_0};$$

– глубины проникновения суточных амплитуд по формуле (5).

Эберле пришел к выводу, что по формулам(5) и (7) нельзя найти коэффициент теплопроводности бетона. Вычисленный таким образом коэффициент λ почти в 2 раза больше измеренного . Данные расчета затухания по глубине амплитуд температуры хорошо согласуются с натурными измерениями, и на глубине 203см от поверхности покрытия суточные амплитуды температуры практически равны нулю.

В 1974 г. болгарский инженер Б.Волчев опубликовал следующую формулу:

$$T(y,t)=a_0\left(1-\frac{y}{Z_0}\right)+\sum_{n=1}^{\infty}e^{-y\sqrt{\frac{\omega}{2a}}}\left[b_n\cdot\sin\left(\omega_n t-y\sqrt{\frac{\omega_n}{2a}}\right)+a_n\cdot\cos\left(\sqrt{\frac{\omega_n}{2a}}\,y-\omega_n t\right)\right],$$

в которой задан нулевой градиент температуры при $t = 0$. Способа определения параметра Z_0 Б.Волчев не приводит, но обращает внимание на то, что результаты расчета $T\ (y, t)$ по этой формуле почти совпадают с данными натурных измерений.

Примеры расчета температурных напряжений в покрытии

Пример 1. Найти температурные напряжения на поверхности и подошве плиты при невозможности коробления и линейном распределении температуры по толщине.

Дано: $T_1 = 38{,}6-27 = 11{,}6\,^\circ C$; $E = 350000$ кгс/см^2;

$$\alpha = 10^{-5}\,1/^\circ C;\quad h = 20\text{ см};\quad C_x = 1.$$

По формуле (29) найдем напряжения:
на поверхности покрытия

$$\sigma_{1,2T} = 3{,}5\cdot 10^5\cdot 10^{-5}\left[11{,}6\left(1-\frac{0}{20}\right)-\frac{11{,}6}{2}\right] = 20{,}3\text{ кгс/см}^2;$$

на подошве

$$\sigma_{1,2T} = 3{,}5\cdot 10^5\cdot 10^{-5}\left[11{,}6\left(1-\frac{20}{20}\right)-\frac{11{,}6}{2}\right] = -20{,}3\text{ кгс/см}^2.$$

На подошве возникнут напряжения растяжения при изгибе, а на поверхности – напряжения сжатия при изгибе.

Пример 2. Найти температурные напряжения в 14 часов на подошве плиты при невозможности коробления и волновом распределении температуры по толщине.

Дано: E = 350000 кгс/см^2; $\alpha = 10^{-5}\,1/^\circ C$; $h = 20$ см;
$C_x = 1$, $T(y,t)$ по формуле (21); $T_{ср} = 26$; $A_0 = 12{,}6$; $a = 0{,}003$.

Согласно указаниям п.41 вначале найдем распределение температуры по толщине плиты. В примере 5 приложения 1 были найдены $T(20,14) = 27$, $T(0,14) = 38{,}6$. По формуле (21) найдем температуру на глубине 5, 10 и 15 см от поверхности. На глубине 5 см будем иметь:

$$T(5,14)=26\left(1-\frac{0,05}{-41,2}\right)+12,6\,e^{-0,05\sqrt{\frac{3,14}{24\cdot 0,003}}}\cos\left(\frac{2\cdot 3,14\cdot 7}{24}-\right.$$

$$\left.-\,0,05\sqrt{\frac{3,14}{24\cdot 0,003}}-\frac{3,14}{2}-\frac{3,14}{12}\right)=34,6^{\circ}C.$$

Аналогично найдем $T(10,14)=31,2^{\circ}C$ и $T(15,14)=28,5^{\circ}C$.

Разобьем толщину плиты на 8 равных частей $\Delta h=2,5$ см и по интерполяции найдем температуру в плите через 2,5 см. Значения температуры приведены в табл. 1.

Таблица 1

$T(y,14)$	38,6	36,5	34,6	33	31,2	29,9	28,5	27,7	27
h, см	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20
y	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8

По следующему правилу трапеций найдем значение интеграла в формуле (25):

$$\int_0^h T(y)dy=\left(\frac{1}{2}y_0+y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7+\frac{1}{2}y_8\right)\Delta h=$$

$$=\left(\frac{1}{2}\,38,6+36,5+34,6+33+31,2+29,9+28,5+27,7+\frac{1}{2}27\right)2,5=635,5.$$

Температурные напряжения на подошве плиты найдем по формуле (25):

$$\sigma_{1,2T}=3,5\cdot 10^{5}\cdot 10^{-5}\cdot 27-\frac{3,5\cdot 10^{5}\cdot 10^{-5}\cdot 635,5}{20}=-16,45\text{кгс/см}^2.$$

Из примера 2 следует, что

при гармонической функции температуры (21) напряжения на подошве плиты почти на 4 кгс/см^2 меньше, чем при линейном перепаде температуры (см.пример 1);

средняя температура покрытия, равная 31,7=635,5:20 и вызывающая продольные деформации плиты, больше температуры в срединной плоскости;

изменение температуры по толщине покрытия в различные часы суток вызывает соответствующие изменения температурных напряжений. Максимальные градиенты температуры в покрытии, приближающиеся к линейным, сохраняются в плите короткое время, которое в практических расчетах можно принять равным не более 1 ч.

Пример 3. Найти температурные напряжения на подошве плиты при частичной возможности коробления, волновом распределении температуры по толщине и расчетных параметрах примера 2.

Расчет температурных напряжений произведем по формуле (32) с коэффициентом меры коробления C_x = 0,6. Сумма первых двух членов правой части в формуле $(32)_2$ была найдена в примере 2 и равна -16,45 кгс/см^2. Для нахождения интеграла третьего члена воспользуемся правилом трапеций. С этой целью разобьем толщину плиты на восемь равных частей Δh = 2,5 см, найдем ординаты каждой части подынтегральной функции $T(y,t)(\frac{h}{2}-y)$ и запишем значения ординат в табл. 2.

Таблица 2

y	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8
h, см	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20
$T(y,14)(\frac{h}{2}-y)$	386	273	173	83	0	-75	-142	-208	-270

Примечание. Значения функции $T(y,14)$ взяты из табл. 1 примера 2. Интеграл третьего члена определим по правилу трапеций:

$$\int_0^h T(y,14)\left(\frac{h}{2}-y\right)dy=(0{,}5\cdot 386+273+173+83+0-75-142-208-270)\cdot 2{,}5 \simeq 405.$$

По формуле (32) получим:

$$\sigma_{1,27} = 3{,}5 \cdot 10^5 \cdot 10^{-5} \cdot 27 - \frac{3{,}5 \cdot 10^5 \cdot 10^{-5} \cdot 635{,}5}{2} -$$

$$- \frac{12 \cdot 3{,}5 \cdot 10^5 \cdot 10^{-5} \left(\frac{20}{2} - 20\right) (1 - 0{,}6)}{20^3} \simeq -8 \text{ кгс/см}^2.$$

Сравнение примеров 2 и 3 показало, что укорочение плиты (C_x = 0,6) уменьшает напряжения растяжения при изгибе на подошве плиты до 8 кгс/см^2 вместо 16,45 кгс/см^2 при C_x = 1.

Примеры расчета температурных деформаций плит и швов

П р и м е р 1. Найти продольную температурную деформацию плиты при суточном изменении температуры в период от 14 часов до 4 часов следующих суток в июле.

Дано: $T(y,t)$ выражена формулой (21); $T_{cp}=26^{\circ}C$; $A_0=12{,}6^{\circ}C$; $a=0{,}003\,\frac{м^2}{ч}$; $h=20$ см; $\varphi_0=0$; $\alpha=10^{-5}\,1/^{\circ}C$; $\ell=6$ м.

Расчетные параметры $T_н$ и $T_к$ определим по формулам (37).

В примере 2 приложения 3 была найдена $T_H=31.2^{\circ}C$. Для определения $T_к$ найдем распределение температуры по толщине (через 2,5 см) по формуле (21). Тогда температура поверхности в 4 часа при $t=14$ ч равна:

$$T(0;4)=26\left(1-\frac{0}{-41{,}2}\right)+12{,}6\,e^{-0}\cos\left(\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 14}{24}-0\right)\simeq 15{,}2^{\circ}C.$$

Аналогично найдем температуру по толщине плиты, результаты расчета которой приведены в таблице.

y	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8
h, см	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20
$T(y,4)$	15,2	16,2	17,2	18,3	19,6	20,7	21,9	22,6	23,3

По правилу трапеций вычислим интеграл и T_K:

$$T_K=\frac{1}{h}\int_0^h T(y,4)\,dy=\frac{1}{20}\left(\frac{15{,}2}{2}+16.2+17{,}2+18{,}3+19{,}6+20{,}7+21{,}9+22{,}6+\frac{23{,}2}{2}\right)\cdot 2{,}5=19{,}5^{\circ}C.$$

Теперь найдем деформацию плиты по формуле (33):

$$\Delta \ell_T = 10^{-5} \cdot 600(31,2-19,5) \approx 0,07 \text{ см}.$$

Пример 2. Найти ширину паза шва сжатия в покрытии, расположенном в двух разных климатических районах. Для заполнения паза принята мастика одинакового состава.

Дано: $\alpha = 10^{-5}$ 1/°C; $\ell = 5$ м. В первом районе $T_н = 20$°C, $T_к = -10$°C и предельная относительная деформация растяжения мастики равна $\varepsilon_1 = 0,3$. Во втором районе $T_н = 20$°C, $T_к = -30$°C и $\varepsilon_2 = 0,20$.

Очевидно, предельные относительные деформации ε_1 и ε_2, соответствующие условиям разрыва мастики или отрыва мастики от стенки паза, должны быть разные. Причем $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$, так как с понижением температуры увеличивается модуль упругости мастики. В этом примере предполагается, что предельные относительные деформации мастики установлены в результате испытаний с учетом ее выносливости, старения и поперечного сечения мастики в пазе шва.

Относительные деформации мастики в шве $\varepsilon_м$ и шва ε_T равны

$$\frac{\Delta b}{b} = \varepsilon_м \; ; \quad \frac{\Delta \ell_T}{b} = \frac{\alpha \ell (T_н - T_к) \cdot \kappa}{b} , \qquad (1)$$

где b – ширина шва;

κ – коэффициент увеличения температурной деформации шва вследствие несовпадения физической и геометрической середин плит, наибольшее значение которого равно 1,45 (см.п.45).

Для обеспечения предельного растяжения мастики в шве левые части выражений (1) должны быть равны, что позволяет из равенства правых частей найти ширину паза шва:

$$\varepsilon_м = \frac{\alpha \cdot \ell (T_н - T_к) \kappa}{b} , \text{ откуда } b = \frac{\alpha \ell (T_н - T_к) \kappa}{\varepsilon_м} . \qquad (2)$$

По формуле (2) получим ширину паза шва:
в первом районе

$$b_1 = \frac{10^5 \cdot 5000\ [20-(-10)]\ \cdot 1{,}45}{0{,}3} = 7{,}25 \text{ мм} \ ;$$

во втором районе

$$b_2 = \frac{10^{-5} \cdot 5000\ [20-(-30)]\ \cdot 1{,}45}{0{,}20} = 18{,}1 \text{ мм}.$$

Если швы раскрываются одинаково, то $K = 1{,}0$; $b_1 = 5$мм и b_2 = 12,5 мм.

Оглавление

Стр.

Редактор Ф.Г.Кирдяшов
Корректоры Ж.П.Иноземцева, И.А.Рубцова
Технический редактор А.В.Евстигнеева

Подписано к печати 24/Х 1975г. Формат 60х84/16
Л 50464

Заказ 216-5 Тираж 550 1,8 уч.-изд.л. Цена 23 коп.
2,6 печ.л.

Ротапринт Союздорнии