

**Государственная система обеспечения единства
измерений**

**ПРИМЕНЕНИЕ «РУКОВОДСТВА
ПО ВЫРАЖЕНИЮ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ
ИЗМЕРЕНИЙ»**

Издание официальное

Предисловие

1 РАЗРАБОТАНЫ Всероссийским научно-исследовательским институтом метрологии им. Д.И. Менделеева (ВНИИМ им. Д.И. Менделеева) Госстандарта России

ВНЕСЕНЫ Госстандартом России

2 ПРИНЯТЫ Межгосударственным советом по стандартизации, метрологии и сертификации (протокол № 20 от 2 ноября 2001 г.)

За принятие проголосовали:

Наименование государства	Наименование национального органа по стандартизации
Азербайджанская Республика	Азгосстандарт
Республика Армения	Армгосстандарт
Республика Беларусь	Госстандарт Республики Беларусь
Грузия	Грузстандарт
Республика Казахстан	Госстандарт Республики Казахстан
Кыргызская Республика	Кыргызстандарт
Республика Молдова	Молдовастандарт
Российская Федерация	Госстандарт России
Республика Таджикистан	Таджикстандарт
Туркменистан	Главгосслужба «Туркменстандартлары»
Республика Узбекистан	Узгосстандарт
Украина	Госстандарт Украины

3 Постановлением Государственного комитета Российской Федерации по стандартизации и метрологии от 26 марта 2003 г. № 96-ст рекомендации по метрологии РМГ 43—2001 введены в действие в качестве рекомендаций по метрологии Российской Федерации с 1 июля 2003 г.

4 ВВЕДЕНЫ ВПЕРВЫЕ

5 ПЕРЕИЗДАНИЕ. Сентябрь 2005 г.

© ИПК Издательство стандартов, 2003
© Стандартиформ, 2005

Настоящие рекомендации не могут быть полностью или частично воспроизведены, тиражированы и распространены в качестве официального издания на территории Российской Федерации без разрешения Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии

Содержание

1 Область применения	1
2 Нормативные ссылки	1
3 Определения и обозначения	1
4 Рекомендации по применению Руководства	2
5 Соответствие между формами представления результатов измерений, используемыми в НД ГСИ по метрологии, и формой, используемой в Руководстве	5
Приложение А Сравнительный анализ двух подходов к выражению характеристик точности измерений	8
Приложение Б Пример оценивания характеристик погрешности и вычисления неопределенности измерений. Измерения силы электрического тока с помощью вольтметра и токового шунта	11
Приложение В Пример оценивания характеристик погрешности и вычисления неопределенности измерений. Измерения длины штриховой меры	15
Приложение Г Значения коэффициента $t_p(v)$ для случайной величины, имеющей распределение Стьюдента с v степенями свободы	18
Приложение Д Библиография	19

Введение

В 1993 г. под эгидой Международного комитета мер и весов (МКМВ), Международной электротехнической комиссии (МЭК), Международной организации по стандартизации (ИСО), Международной организации по законодательной метрологии (МОЗМ), Международного союза по чистой и прикладной физике, Международного союза по чистой и прикладной химии и Международной федерации клинической химии разработано «Руководство по выражению неопределенности измерения» (далее — Руководство).

Целями Руководства являются:

- обеспечение полной информации о том, как составлять отчеты о неопределенностях измерений;
- предоставление основы для международного сопоставления результатов измерений;
- предоставление универсального метода для выражения и оценивания неопределенности измерений, применимого ко всем видам измерений и всем типам данных, которые используются при измерениях.

Существуют два подхода к оцениванию параметров (характеристик) точности измерений. Один подход основан на понятиях и терминах, используемых в Руководстве, другой — на понятиях и терминах, применяемых в основополагающих нормативных документах (НД) в области метрологии, используемых в национальных системах обеспечения единства измерений государств — участников Соглашения «О проведении согласованной политики в области стандартизации, метрологии и сертификации» (далее — Соглашение).

Задачами настоящих рекомендаций являются:

- изложение основных положений Руководства и рекомендаций по их практическому применению;
- сравнительный анализ двух подходов к описанию точности измерений;
- показ соответствия между формами представления результатов измерений, используемыми в основополагающих НД в области метрологии, и формой, используемой в Руководстве.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЙ СТАНДАРТИЗАЦИИ

Государственная система обеспечения единства измерений

**ПРИМЕНЕНИЕ «РУКОВОДСТВА ПО ВЫРАЖЕНИЮ
НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ»**

Дата введения 2003—07—01

1 Область применения

Настоящие рекомендации распространяются на методы оценивания точности результатов измерений, содержат практические рекомендации по применению Руководства [1] и показывают соответствие между формами представления результатов измерений, принятыми в основополагающих нормативных документах (НД) по метрологии, применяемых в странах — участниках Соглашения, и формой, принятой в Руководстве.

2 Нормативные ссылки

В настоящих рекомендациях использованы ссылки на следующие стандарты и рекомендации: ГОСТ 8.207—76 Государственная система обеспечения единства измерений. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения

ГОСТ 8.381—80 Государственная система обеспечения единства измерений. Эталоны. Способы выражения погрешностей

РМГ 29—99 Государственная система обеспечения единства измерений. Метрология. Основные термины и определения

3 Определения и обозначения

3.1 В настоящих рекомендациях использованы следующие основные термины, определенные в Руководстве:

неопределенность (измерений): Параметр, связанный с результатом измерений и характеризующий рассеяние значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине;

стандартная неопределенность (u): Неопределенность результата измерений, выраженная в виде среднего квадратического отклонения (СКО);

суммарная стандартная неопределенность (u_c): Стандартная неопределенность результата измерений, полученного через значения других величин, равная положительному квадратному корню суммы членов, причем члены являются дисперсиями или ковариациями этих других величин, взвешенными в соответствии с тем, как результат измерений изменяется при изменении этих величин;

расширенная неопределенность (U): Величина, определяющая интервал вокруг результата измерений, в пределах которого, как можно ожидать, находится большая часть распределения значений, которые с достаточным основанием могли бы быть приписаны измеряемой величине.

3.2 В настоящих рекомендациях использованы следующие обозначения:

x_i — оценка i -й входной величины;

x_{il} — l -й результат измерения i -й входной величины;

\bar{x}_i — среднее арифметическое значение i -й входной величины;

y — оценка измеряемой величины;

u — стандартная неопределенность;

u_A — стандартная неопределенность, оцененная по типу А;

u_B — стандартная неопределенность, оцененная по типу В;

$u(x_i)$ — стандартная неопределенность оценки i -й входной величины;

u_i — стандартная неопределенность единичного измерения i -й входной величины;

$r(x_i, x_j)$ — коэффициент корреляции оценок i -й и j -й входных величин;

u_c — суммарная стандартная неопределенность;

k — коэффициент охвата;

$t_p(v)$ — квантиль распределения Стьюдента для доверительной вероятности (уровня доверия) p и числа степеней свободы v ;

v_i — число степеней свободы при вычислении неопределенности оценки i -й входной величины;

v_{eff} — эффективное число степеней свободы, принятое в Руководстве;

\hat{v}_{eff} — оценка эффективного числа степеней свободы;

U — расширенная неопределенность;

U_p — расширенная неопределенность для уровня доверия p ;

S — СКО случайной погрешности результата измерений;

$S(x_i)$ — СКО единичного измерения при многократных измерениях i -й входной величины;

$S(\bar{x}_i)$ — СКО среднего арифметического значения при многократных измерениях i -й входной величины;

S_Σ — СКО суммы случайных и неисключенных систематических погрешностей;

K — коэффициент при суммировании систематической и случайной составляющих суммарной погрешности, принятый в НД ГСИ по метрологии*;

$f_{\text{эф}}$ — оценка эффективного числа степеней свободы, принятая в НД ГСИ по метрологии;

Δ_p — доверительные границы суммарной погрешности результата измерений для доверительной вероятности p ;

z_p — квантиль нормального распределения для доверительной вероятности p ;

θ_i — границы i -й составляющей неисключенной систематической погрешности;

$\theta(p)$ — доверительные границы систематической погрешности измерения для доверительной вероятности p ;

b_{i-} — нижняя граница отклонения измеряемой величины от результата измерений;

b_{i+} — верхняя граница отклонения измеряемой величины от результата измерений;

b_i — симметричные границы отклонения измеряемой величины от результата измерений.

4 Рекомендации по применению Руководства

4.1 Основным количественным выражением неопределенности измерений является стандартная неопределенность u .

4.2 Основным количественным выражением неопределенности измерений, при котором результат определяют через значения других величин, является суммарная стандартная неопределенность u_c .

4.3 В тех случаях, когда это необходимо, вычисляют расширенную неопределенность U по формуле

$$U = k \cdot u_c, \quad (1)$$

* Здесь и далее обобщенная ссылка «НД ГСИ по метрологии» означает группу нормативных документов по разделу 2 и нормативные документы по приложению Д — [2] и [3].

где k — коэффициент охвата (числовой коэффициент, используемый как множитель при суммарной стандартной неопределенности для получения расширенной неопределенности).

4.4 В Руководстве измеряемую величину Y определяют как

$$Y = f(X_1, \dots, X_m), \quad (2)$$

где X_1, \dots, X_m — входные величины (непосредственно измеряемые или другие величины, влияющие на результат измерения);

m — число этих величин;

f — вид функциональной зависимости.

4.5 Оценку измеряемой величины y вычисляют как функцию оценок входных величин x_1, \dots, x_m после внесения поправок на все известные источники неопределенности, имеющие систематический характер

$$y = f(x_1, \dots, x_m). \quad (3)$$

4.6 Затем вычисляют стандартные неопределенности входных величин $u(x_i)$ ($i = 1, \dots, m$) и возможные коэффициенты корреляции $r(x_i, x_j)$ оценок i -й и j -й входных величин ($j = 1, \dots, m$).

4.7 Различают два типа вычисления стандартной неопределенности:

вычисление по типу А — путем статистического анализа результатов многократных измерений;

вычисление по типу В — с использованием других способов.

4.8 Вычисление стандартной неопределенности u

4.8.1 Вычисление стандартной неопределенности по типу А — u_A

4.8.1.1 Исходными данными для вычисления u_A являются результаты многократных измерений: x_{i1}, \dots, x_{in_i} (где $i = 1, \dots, m$; n_i — число измерений i -й входной величины).

4.8.1.2 Стандартную неопределенность единичного измерения i -й входной величины $u_{A,i}$ вычисляют по формуле

$$u_{A,i} = \sqrt{\frac{1}{n_i - 1} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}, \quad (4)$$

где $\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{q=1}^{n_i} x_{iq}$ — среднее арифметическое результатов измерений i -й входной величины.

4.8.1.3 Стандартную неопределенность $u_A(x_i)$ измерений i -й входной величины, при которых результат определяют как среднее арифметическое, вычисляют по формуле

$$u_A(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n_i(n_i - 1)} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}. \quad (5)$$

4.8.2 Вычисление стандартной неопределенности по типу В — u_B

4.8.2.1 В качестве исходных данных для вычисления u_B используют:

- данные предшествующих измерений величин, входящих в уравнение измерения; сведения о виде распределения вероятностей;

- данные, основанные на опыте исследователя или общих знаниях о поведении и свойствах соответствующих приборов и материалов;

- неопределенности констант и справочных данных;

- данные поверки, калибровки, сведения изготовителя о приборе и т. п.

4.8.2.2 Неопределенности этих данных обычно представляют в виде границ отклонения значения величины от ее оценки. Наиболее распространенный способ формализации неполного знания о значении величины заключается в постулировании равномерного закона распределения возможных значений этой величины в указанных (нижней и верхней) границах $[(b_{i-}, b_{i+})$ для i -й входной величины]. При этом стандартную неопределенность, вычисляемую по типу В — $u_B(x_i)$, определяют по формуле

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2\sqrt{3}}, \quad (6)$$

а для симметричных границ ($\pm b_i$) — по формуле

$$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}}. \quad (7)$$

4.8.2.3 В случае других законов распределения формулы для вычисления неопределенности по типу В будут иными.

4.8.3 Для вычисления коэффициента корреляции $r(x_i, x_j)$ используют согласованные пары измерений (x_{il}, x_{jl}) (где $l = 1, \dots, n_{ij}$; n_{ij} — число согласованных пар результатов измерений)

$$r(x_i, x_j) = \frac{\sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{il} - \bar{x}_i)(x_{jl} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{il} - \bar{x}_i)^2 \sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{jl} - \bar{x}_j)^2}}. \quad (8)$$

4.9 Вычисление суммарной стандартной неопределенности u_c

4.9.1 В случае некоррелированных оценок x_1, \dots, x_m суммарную стандартную неопределенность $u_c(y)$ вычисляют по формуле

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)}. \quad (9)$$

4.9.2 В случае коррелированных оценок x_1, \dots, x_m суммарную стандартную неопределенность вычисляют по формуле

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j)}, \quad (10)$$

где $r(x_i, x_j)$ — коэффициент корреляции;

$u(x_i)$ — стандартная неопределенность i -й входной величины, вычисленная по типу А или В.

4.10 Выбор коэффициента охвата k при вычислении расширенной неопределенности

4.10.1 В общем случае коэффициент охвата k выбирают в соответствии с формулой

$$k = t_p(v_{\text{eff}}), \quad (11)$$

где $t_p(v_{\text{eff}})$ — квантиль распределения Стьюдента с эффективным числом степеней свободы v_{eff} и доверительной вероятностью (уровнем доверия) p . Значения коэффициента $t_p(v_{\text{eff}})$ приведены в приложении Г.

4.10.2 Эффективное число степеней свободы определяют по формуле

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{u^4(x_i)}{v_i} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4}, \quad (12)$$

где v_i — число степеней свободы при определении оценки i -й входной величины, при этом:

$v_i = n_i - 1$ — для вычисления неопределенностей по типу А;

$v_i = \infty$ — для вычисления неопределенностей по типу В.

4.10.3 Во многих практических случаях при вычислении неопределенностей результатов измерений делают предположение о нормальности закона распределения возможных значений измеряемой величины и полагают:

$$k = 2 \text{ при } p \approx 0,95 \quad \text{и} \quad k = 3 \text{ при } p \approx 0,99.$$

При предположении о равномерности закона распределения полагают:

$$k = 1,65 \text{ при } p \approx 0,95 \quad \text{и} \quad k = 1,71 \text{ при } p \approx 0,99.$$

4.11 При представлении результатов измерений Руководство рекомендует приводить достаточное количество информации для возможности проанализировать или повторить весь процесс получения результата измерений и вычисления неопределенностей измерений, а именно:

- алгоритм получения результата измерений;
- алгоритм расчета всех поправок и их неопределенностей;
- неопределенности всех используемых данных и способы их получения;
- алгоритмы вычисления суммарной и расширенной неопределенностей (включая значение коэффициента k).

5 Соответствие между формами представления результатов измерений, используемыми в НД ГСИ по метрологии, и формой, используемой в Руководстве

5.1 При проведении совместных работ с зарубежными странами в работах, проводимых под эгидой МКМВ и его Консультативных комитетов, при подготовке публикаций в зарубежной печати, при публикациях работ по определению физических констант и в других случаях, связанных с выполнением международных метрологических работ, целесообразно руководствоваться нижеприведенными схемами.

5.1.1 При вычислении неопределенности измерений следует придерживаться последовательности, показанной на рисунке 1.



Рисунок 1

5.2 Сопоставление способов оценивания доверительных границ погрешности Δ_p и вычисления расширенной неопределенности U_p измерений приведено в таблице 1.

Таблица 1

	$\frac{\theta(p)}{S} < 0,8$	$0,8 \leq \frac{\theta(p)}{S} \leq 8,0$	$\frac{\theta(p)}{S} > 8,0$
НД ГСИ по метрологии	$\Delta_p = t_p(f_{\text{эф}}) S,$	$\Delta_p = \frac{t_p(f_{\text{эф}}) S + \theta(p)}{S + \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \frac{\theta_i^2}{3}}} \sqrt{S^2 + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \frac{\theta_i^2}{3}},$	
	<p>где $S = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 S^2(\bar{x}_i)}$; $\theta(p) = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \theta_i^2}$, здесь $k = 1,1$ при $p = 0,95$ и $k = 1,4$ при $p = 0,99$ и $m > 4$</p> $f_{\text{эф}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 S^2(\bar{x}_i)\right)^2 - \frac{2}{m+1} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4 S^4(\bar{x}_i)}{\frac{1}{m+1} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4 S^4(\bar{x}_i)}$		
Руководство	$U_p = t_p(v_{\text{эф}}) \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)},$ <p>где $v_{\text{эф}} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{u^4(x_i)}{v_i} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4}$,</p> <p>причем $v_i = n_i - 1$ — для неопределенностей, вычисленных по типу А; $v_i = \infty$ — для неопределенностей, вычисленных по типу В</p> <p>Для большинства практических случаев в предположении: - нормального закона распределения $U_{0,95} = 2u_c$, $U_{0,99} = 3u_c$; - равномерного закона распределения $U_{0,95} = 1,65u_c$, $U_{0,99} = 1,71u_c$</p>		

5.3 При сопоставлении оценок характеристик погрешности и неопределенностей результатов измерений рекомендуется использовать следующую схему (с учетом пояснений А.5 и А.6 приложения А):

СКО, характеризующее случайную погрешность	↔	Стандартная неопределенность, вычисленная по типу А
СКО, характеризующее неисключенную систематическую погрешность	↔	Стандартная неопределенность, вычисленная по типу В
СКО, характеризующее суммарную погрешность	↔	Суммарная стандартная неопределенность
Доверительные границы погрешности	↔	Расширенная неопределенность

5.4 Если отсутствует достаточная информация для вычисления неопределенности u в соответствии с Руководством (раздел 4 настоящей рекомендации), то ее оценка \hat{u} может быть получена на основании оценок характеристик погрешности по приведенным ниже схемам. Схемы 1 и 2 соответствуют двум различным способам представления результатов измерений, принятым в НД ГСИ по метрологии. Необходимо отметить, что оценки неопределенностей, полученные таким образом, в ряде случаев не совпадают со значениями неопределенностей, полученными в соответствии с Руководством (см. приложение В).

Схема 1

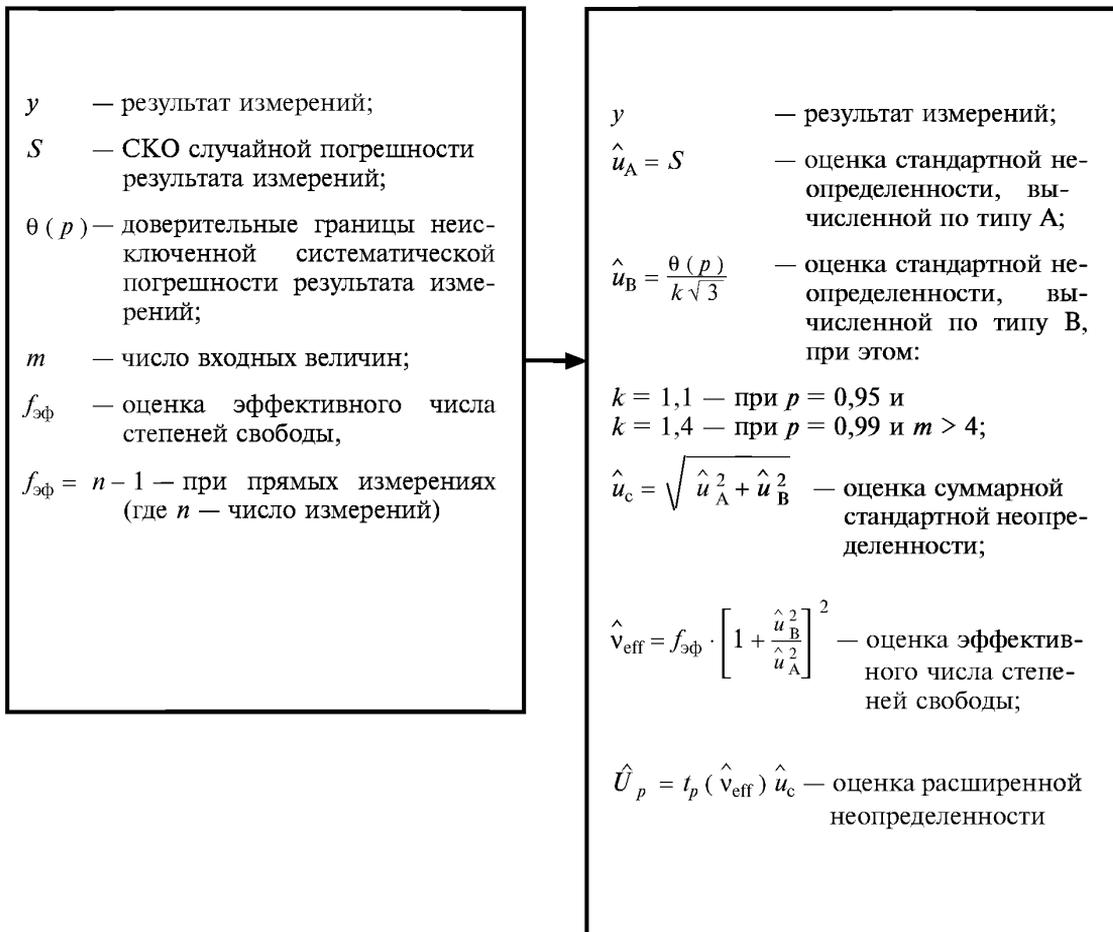
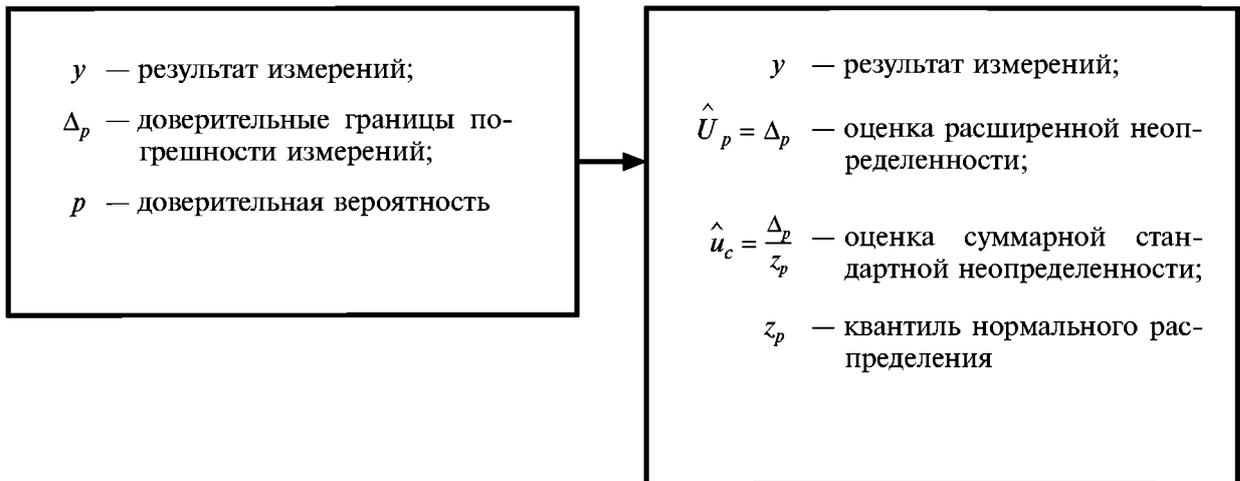


Схема 2

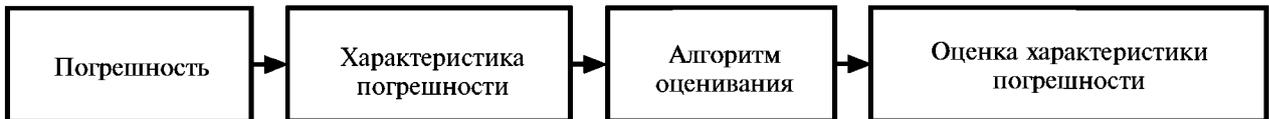


Оценить неопределенности u_A и u_B по отдельности, зная только Δ_p , невозможно.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(справочное)

Сравнительный анализ двух подходов к выражению характеристик точности измерений

А.1 Целью измерений является получение оценки истинного значения измеряемой величины. Понятие погрешности измерений как разности между результатом измерений и истинным (действительным) значением измеряемой величины используется для описания точности измерений в НД ГСИ по метрологии. Говоря об оценивании погрешности, в метрологической практике государств — участников Соглашения подразумевают оценивание ее характеристик.



А.2 В Руководстве для выражения точности измерений вводят понятие неопределенности измерений. Неопределенность измерений понимают как неполное знание значения измеряемой величины и для количественного выражения этой неполноты вводят распределение вероятностей возможных (обоснованно приписанных) значений измеряемой величины. Таким образом, параметр этого распределения (также называемый — неопределенность) количественно характеризует точность результата измерений.

А.3 Сходными для обоих подходов являются последовательности действий при оценивании характеристик погрешности и вычислении неопределенности измерений:

- анализ уравнения измерений;
- выявление всех источников погрешности (неопределенности) измерений и их количественное оценивание;
- введение поправок на систематические погрешности (эффекты), которые можно исключить.

А.4 Методы вычисления неопределенности, так же как и методы оценивания характеристик погрешности, заимствованы из математической статистики, однако при этом используются различные интерпретации

закона распределения вероятностей случайных величин. Кроме изложенных в Руководстве и НД ГСИ по метрологии методов вычисления неопределенности и оценивания характеристик погрешности на практике используют и другие методы.

Возможные различия между оценками характеристик погрешности (в соответствии с НД ГСИ по метрологии) и неопределенностями (в соответствии с Руководством) показаны в примерах, приведенных в приложениях Б и В.

Различие двух подходов проявляется также в трактовке неопределенности и характеристик погрешности, основанной на разных интерпретациях вероятности: частотной и субъективной. В частности, доверительные границы погрешности (откладываемые от результата измерений) накрывают истинное значение измеряемой величины с заданной доверительной вероятностью (частотная интерпретация вероятности). В то же время аналогичный интервал ($y - U_p, y + U_p$) трактуется в Руководстве как интервал, содержащий заданную долю распределения значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине (субъективная интерпретация вероятности).

А.5 В общем случае не существует однозначного соответствия между случайными погрешностями и неопределенностями, вычисленными по типу А (а также неисключенными систематическими погрешностями и неопределенностями, вычисленными по типу В). Деление на систематические и случайные погрешности обусловлено природой их возникновения и проявления в ходе измерительного эксперимента, а деление на неопределенности, вычисляемые по типу А и по типу В, — методами их расчета.

А.6 Результаты сравнительного анализа процедур оценивания характеристик погрешности и вычисления неопределенности измерений приведены в таблицах А.1 и А.2.

Т а б л и ц а А.1 — Процедура оценивания характеристик погрешности результата измерений

Погрешность	$\xi = y - y_{ист} \Leftrightarrow y = y_{ист} + \xi$		
Модель погрешности	ξ — случайная величина с плотностью распределения вероятностей $p(x; E, \sigma^2, \dots)$, где E — математическое ожидание, σ^2 — дисперсия		
Характеристики погрешности	S — СКО	θ — границы неисключенной систематической погрешности	Δ_p — доверительные границы
Исходные данные для оценивания характеристик погрешности	<ol style="list-style-type: none"> 1 Модель объекта исследования. 2 Экспериментальные данные x_{iq}, где $q = 1, \dots, n_i; i = 1, \dots, m$. 3 Информация о законах распределения. 4 Сведения об источниках погрешностей, их природе и характеристиках составляющих [$S(x_i), \theta_i$], структурная модель погрешности. 5 Стандартные справочные данные и другие справочные материалы 		
Методы оценивания характеристик:	$S(x_{il}) = \sqrt{\frac{1}{n_i - 1} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}; \quad S(\bar{x}_i) = \sqrt{\frac{1}{n_i(n_i - 1)} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2};$ $S = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 S^2(\bar{x}_i)}$ $\theta(p) = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \theta_i^2},$ <p>где $k = 1,1$ при $p = 0,95$ и $k = 1,4$ при $p = 0,99$ и $m > 4$</p> $\Delta_p = \frac{t_p(f_{эф}) S + \theta(p)}{S + \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \frac{\theta_i^2}{3}}} \sqrt{S^2 + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \frac{\theta_i^2}{3}}$		
1 случайных погрешностей			
2 неисключенных систематических погрешностей			
3 суммарной погрешности			

Окончание таблицы А.1

Форма представления характеристик погрешности	$\theta(p), S, n, f_{эф}$	Δ_p
Интерпретация полученных результатов	Интервал $(-\Delta_p, +\Delta_p)$ с вероятностью p содержит погрешность измерений, что равносильно тому, что интервал $(y - \Delta_p, y + \Delta_p)$ с вероятностью p содержит истинное значение измеряемой величины.	

Т а б л и ц а А.2 — Процедура вычисления неопределенности измерений

Модель неопределенности (представление знания о значении измеряемой величины)	η — случайная величина с плотностью распределения вероятностей $p(x; y, u^2, \dots)$, где y — математическое ожидание, u^2 — дисперсия		
Неопределенность (количественная мера)	Стандартная u	Суммарная $u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^m u_i^2}$	Расширенная $U_p = k \cdot u_c$
Исходные данные для вычисления неопределенности	<ol style="list-style-type: none"> 1 Модель объекта исследования. 2 Экспериментальные данные x_{iq}, где $q = 1, \dots, n_i; i = 1, \dots, m$. 3 Информация о законах распределения. 4 Сведения об источниках неопределенности и информация о значениях неопределенности. 5 Стандартные справочные данные и другие справочные материалы 		
Методы вычисления неопределенности:			
1 по типу А	$u_{A,i} = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{n_i - 1}}; \quad u_A(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{n_i(n_i - 1)}}$		
2 по типу В	$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}}$		
3 расширенной неопределенности	$U_p = t_p(v_{эф}) \cdot u_c,$ <p>где $v_{эф} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i)\right)^4}{v_i}}$; $u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i)\right)^2}$;</p> <p>$U_{0,95} = 2u_c, U_{0,99} = 3u_c$ — для нормального закона; $U_{0,95} = 1,65u_c, U_{0,99} = 1,71u_c$ — для равномерного закона</p>		
Представление неопределенности	u_c, U_p, k, u_i, v_i		
Интерпретация полученных результатов	Интервал $(y - U_p, y + U_p)$ содержит большую долю (p) распределения значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине.		

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
(справочное)

**Пример оценивания характеристик погрешности и вычисления неопределенности измерений.
Измерения силы электрического тока с помощью вольтметра и токового шунта**

Б.1 Уравнение измерений

$$I = f(V, R) = \frac{V}{R}, \quad (\text{Б.1})$$

где I — сила тока;

V — напряжение;

R — сопротивление шунта.

Б.2 Нахождение результата измерений

Б.2.1 В результате измерений напряжения при температуре $t = (23,00 \pm 0,05) \text{ }^\circ\text{C}$ получают ряд значений V_i в милливольтгах (где $i = 1, \dots, n$; $n = 10$):

100,68; 100,83; 100,79; 100,64; 100,63; 100,94; 100,60; 100,68; 100,76; 100,65.

Б.2.2 На основе полученных значений вычисляют среднее арифметическое значение напряжения \bar{V} , мВ, по формуле

$$\bar{V} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i = 100,72. \quad (\text{Б.2})$$

Б.2.3 Значение сопротивления шунта R_0 , Ом, установлено при его калибровке для $I = 10 \text{ A}$ и $t = 23,00 \text{ }^\circ\text{C}$ и равно:

$$R_0 = 0,010\ 088.$$

Б.2.4 Результат измерений силы тока I , А, получают по формуле

$$I = \frac{\bar{V}}{R_0} = 9,984. \quad (\text{Б.3})$$

Б.3 Анализ источников погрешности результата измерений

Б.3.1 СКО, характеризующее случайную составляющую погрешности при измерениях напряжения $S(\bar{V})$, мВ, вычисляют по формуле

$$S(\bar{V}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2}{n(n-1)}} = 3,4 \cdot 10^{-2}, \quad (\text{Б.4})$$

$$\tilde{S}(\bar{V}) = 0,034 \text{ \%}^*.$$

Б.3.2 Границы неисключенной систематической погрешности вольтметра в милливольтгах определены при его калибровке в виде следующего выражения**:

$$\theta_V = 3 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0,02. \quad (\text{Б.5})$$

Тогда при $V = \bar{V}$ получают

$$\theta_V = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ мВ},$$

$$\tilde{\theta}_V = 0,050 \text{ \%}.$$

Б.3.3 Границы неисключенной систематической погрешности значения сопротивления шунта, определенные при его калибровке, равны

$$\tilde{\theta}_R = 0,070 \text{ \%}.$$

* Здесь и далее знак тильды над буквой, обозначающей характеристику погрешности (неопределенности), означает, что данная характеристика приведена в относительном виде.

** В выражениях для границ погрешностей при равных значениях отклонений от нуля знак \pm здесь и далее опущен.

Тогда при $R = R_0$ получают

$$\theta_R = 7 \cdot 10^{-4} \cdot R_0 = 7,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом.} \quad (\text{Б.6})$$

Б.3.4 Границы неисключенной систематической составляющей погрешности значения сопротивления шунта, обусловленной погрешностью измерений температуры, находят из формулы, определяющей зависимость сопротивления от температуры

$$R = R_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (t - t_0)], \quad (\text{Б.7})$$

где R_0 — значение сопротивления при $t = t_0$ ($t_0 = 23,00 \text{ }^\circ\text{C}$; $R_0 = 0,010 \text{ 088 Ом}$);
 α — температурный коэффициент ($\alpha = 6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$).

В случае, когда границы погрешности измерения температуры равны Δt , границы соответствующей составляющей погрешности значения сопротивления равны

$$\theta_{R,t} = \alpha \cdot \Delta t \cdot R, \quad (\text{Б.8})$$

Таким образом, при $\Delta t = 0,05 \text{ }^\circ\text{C}$ получают:

$$\theta_{R,t} = 3,0 \cdot 10^{-9} \text{ Ом,}$$

$$\tilde{\theta}_{R,t} = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ \%}.$$

В дальнейшем эту составляющую погрешности (ввиду ее малости по сравнению с другими составляющими) можно не учитывать.

Б.4 Вычисление характеристик погрешности результата измерений

Б.4.1 Делают предположение о равномерном распределении неисключенных систематических составляющих погрешности результата измерений внутри их границ θ_V и θ_R . Тогда СКО суммарной неисключенной систематической составляющей погрешности результата измерений силы тока S_θ , А, определяют по формуле

$$S_\theta = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial V}\right)^2 \cdot \frac{\theta_V^2}{3} + \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2 \cdot \frac{\theta_R^2}{3}}, \quad (\text{Б.9})$$

где $\frac{\partial f}{\partial V} = \frac{1}{R}$, $\frac{\partial f}{\partial R} = -\frac{V}{R^2}$ — коэффициенты влияния.

Таким образом, получают

$$S_\theta = \sqrt{\left(\frac{1}{R_0}\right)^2 \cdot \frac{\theta_V^2}{3} + \left(\frac{V}{R_0^2}\right)^2 \cdot \frac{\theta_R^2}{3}} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ А,}$$

$$\tilde{S}_\theta = 0,050 \text{ \%}.$$

Б.4.2 Доверительные границы суммарной неисключенной систематической составляющей погрешности результата измерений силы тока $\theta(p)$ при доверительной вероятности $p = 0,95$ оценивают по формуле

$$\theta(0,95) = 1,1 \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 \theta_V^2 + \left(\frac{V}{R^2}\right)^2 \theta_R^2} = 9,5 \cdot 10^{-3} \text{ А,} \quad (\text{Б.10})$$

$$\tilde{\theta}(0,95) = 0,095 \text{ \%}.$$

Б.4.3 СКО случайной составляющей погрешности результата измерений силы тока S определяют по формуле

$$S = \frac{\partial f}{\partial V} \cdot S(\bar{V}) = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ А,} \quad (\text{Б.11})$$

$$\tilde{S} = 0,034 \text{ \%}.$$

Б.4.4 СКО суммарной погрешности результата измерений силы тока S_Σ вычисляют по формуле

$$S_\Sigma = \sqrt{S^2 + S_\theta^2} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ А,} \quad (\text{Б.12})$$

$$\tilde{S}_\Sigma = 0,060 \text{ \%}.$$

Б.4.5 Доверительные границы погрешности результата измерений силы тока $\Delta_{0,95}$ при $p = 0,95$ и эффективном числе степеней свободы $f_{\text{эф}} = n - 1 = 9$ вычисляют по формуле

$$\Delta_{0,95} = \frac{t_{0,95}(9) \cdot S + \theta(0,95)}{S + S_{\theta}} \cdot S_{\Sigma} = 0,012 \text{ А}, \quad (\text{Б.13})$$

$$\tilde{\Delta}_{0,95} = 0,12 \text{ \%}.$$

Б.5 Вычисление неопределенности измерений

Б.5.1 По типу А вычисляют стандартную неопределенность, обусловленную источниками неопределенности, имеющими случайный характер.

Б.5.1.1 Стандартную неопределенность напряжения, обусловленную источниками неопределенности, имеющими случайный характер, $u_A(V)$ определяют по формуле

$$u_A(V) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2}{n(n-1)}}, \quad (\text{Б.14})$$

$$u_A(V) = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ мВ},$$

$$\tilde{u}_A(V) = 0,034 \text{ \%}.$$

Б.5.1.2 Стандартную неопределенность силы тока, обусловленную источниками неопределенности, имеющими случайный характер, u_A определяют по формуле

$$u_A = \frac{\partial f}{\partial V} \cdot u_A(V) = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \quad (\text{Б.15})$$

$$\tilde{u}_A = 0,034 \text{ \%}.$$

Б.5.2 По типу В вычисляют стандартные неопределенности, обусловленные источниками неопределенности, имеющими систематический характер. Распределение значений величин внутри границ считают равномерным.

Б.5.2.1 Границы систематического смещения при измерениях напряжения, определенные при калибровке вольтметра, равны $3 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0,02$. Тогда соответствующую стандартную неопределенность $u_{B,V}$ вычисляют по формуле

$$u_{B,V} = \frac{3 \cdot 10^{-4} \cdot \bar{V} + 0,02}{\sqrt{3}} = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ мВ}, \quad (\text{Б.16})$$

$$\tilde{u}_{B,V} = 0,029 \text{ \%}.$$

Б.5.2.2 Границы, внутри которых лежит значение сопротивления шунта, определены при калибровке шунта и равны $7 \cdot 10^{-4} R$. Тогда при $R = R_0$ соответствующую стандартную неопределенность $u_{B,R}$ вычисляют по формуле

$$u_{B,R} = \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot R_0}{\sqrt{3}} = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}, \quad (\text{Б.17})$$

$$\tilde{u}_{B,R} = 0,040 \text{ \%}.$$

Б.5.2.3 Границы изменения значения сопротивления шунта, обусловленного изменением температуры, равны $\alpha \cdot \Delta t \cdot R_0$. Соответствующую стандартную неопределенность $u_{B,t}$ получают в соответствии с формулой

$$u_{B,t} = \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot R_0}{\sqrt{3}} = 1,7 \cdot 10^{-9} \text{ Ом}, \quad (\text{Б.18})$$

$$\tilde{u}_{B,t} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ \%}.$$

В дальнейшем этой составляющей неопределенности (ввиду ее малости по сравнению с другими составляющими) можно пренебречь.

Б.5.2.4 Суммарную стандартную неопределенность u_B , вычисленную по типу В, определяют по формуле

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial V}\right)^2 u_{B,V}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2 u_{B,R}^2} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \quad (\text{Б.19})$$

$$\tilde{u}_B = 0,050 \text{ \%}.$$

Б.5.3 Суммарную стандартную неопределенность u_c вычисляют по формуле

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \quad (\text{Б.20})$$

$$\tilde{u}_c = 0,060 \text{ \%}.$$

Б.5.4 Эффективное число степеней свободы ν_{eff} рассчитывают по формуле

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u_c^4}{\left(\frac{1}{n-1} \cdot u_A\right)^4 + \left(\frac{1}{\infty} \cdot u_B, V\right)^4 + \left(\frac{V}{R^2} \cdot u_{B,R}\right)^4} = 87. \quad (\text{Б.21})$$

Б.5.5 Коэффициент охвата k получают по формуле

$$k = t_{0,95}(\nu_{\text{eff}}) = 1,99. \quad (\text{Б.22})$$

Б.5.6 Расширенную неопределенность $U_{0,95}$ определяют следующим образом

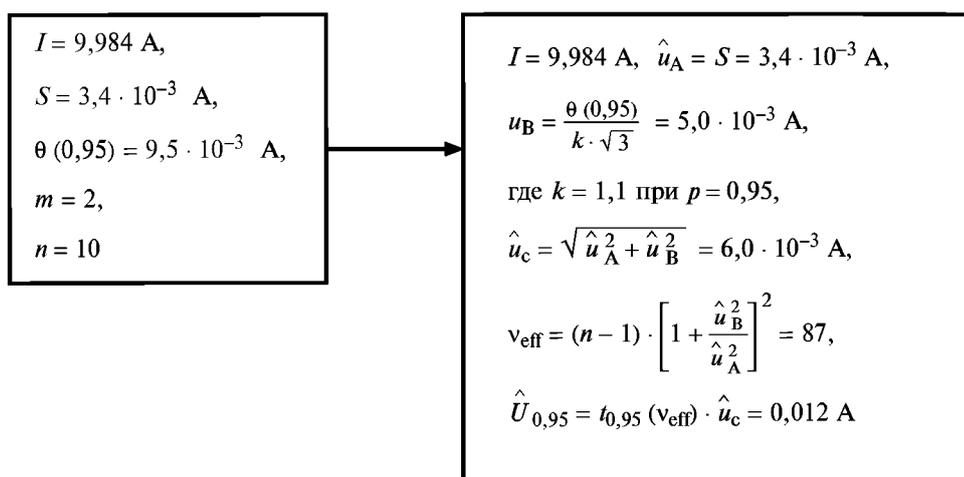
$$U_{0,95} = k \cdot u_c = 0,012 \text{ А}, \quad (\text{Б.23})$$

$$\tilde{U}_{0,95} = 0,12 \text{ \%}.$$

Б.6 Переход от характеристик погрешности к неопределенности измерений

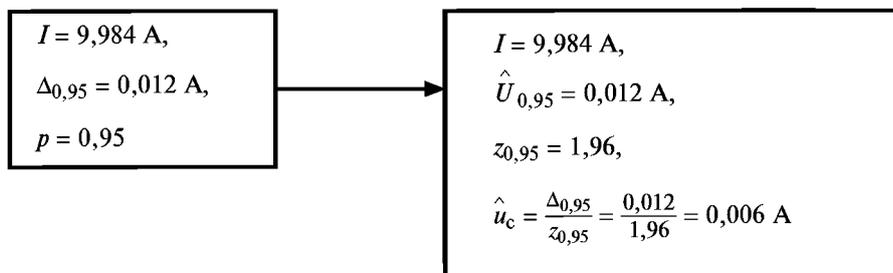
Б.6.1 Используя оценки характеристик погрешности, полученные в Б.3 и Б.4 настоящего приложения, можно продемонстрировать получение оценок неопределенностей в соответствии с 5.4 настоящих рекомендаций.

Схема 1



В данном примере неопределенности измерений, вычисленные в Б.5 настоящего приложения в соответствии с Руководством, совпадают с их оценками, полученными по схеме 1.

Схема 2



В данном примере разность неопределенностей измерений, вычисленных в Б.5 настоящего приложения в соответствии с Руководством, и их оценок, полученных по схеме 2, меньше погрешности округления при вычислениях.

ПРИЛОЖЕНИЕ В
(справочное)

**Пример оценивания характеристик погрешности и вычисления неопределенности измерений.
Измерения длины штриховой меры**

Измерение длины штриховой меры проводят на государственном первичном эталоне единицы длины интерференционным методом.

В.1 Уравнение измерений

$$L = A \cdot \frac{\lambda}{2 n_B} + \alpha L_0 (20 - t) + \Delta l_S, \quad (\text{В.1})$$

где L — длина штриховой меры;

A — число импульсов;

λ — длина волны излучения ($\lambda = 0,632\,991\,398\,2$ мкм);

n_B — показатель преломления воздуха ($n_B = 1,000\,275\,236$);

α — коэффициент линейного расширения ($\alpha = 1,15 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$);

L_0 — опорное значение длины штриховой меры ($L_0 = 1,000$ м);

t — температура штриховой меры ($t = 20,125$ °С);

Δl_S — поправка на размер коллиматорной щели ($\Delta l_S = 0,031$ мкм).

В.2 Нахождение результата измерений

В.2.1 В результате измерений числа импульсов и внесения поправок на известные систематические погрешности в соответствии с уравнением измерения (В.1) получают ряд значений длины штриховой меры L_i в метрах (где $i = 1, \dots, n$; $n = 10$):

1,000 001 356; 1,000 001 584; 1,000 001 383; 1,000 001 469; 1,000 001 491; 1,000 001 466; 1,000 001 575; 1,000 001 397; 1,000 001 405; 1,000 001 334.

В.2.2 Оценку значения длины штриховой меры \bar{L} как среднее арифметическое значений L_i определяют по формуле

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i = 1,000\,001\,474. \quad (\text{В.2})$$

В.3 Анализ источников погрешности результата измерений

В.3.1 СКО случайной составляющей погрешности S , м, определяют по формуле*

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2}{n(n-1)}} = 2,5 \cdot 10^{-8}, \quad (\text{В.3})$$

$$S = 0,025 \text{ мкм.}$$

В.3.2 Границы неисключенных систематических погрешностей:

- определения показателя преломления воздуха $\theta_B = 2,0 \cdot 10^{-8}$;

- значения длины волны $\theta_\lambda = 6,2 \cdot 10^{-9}$ мкм;

- определения температуры меры $\theta_t = 0,003$ °С;

- определения поправки на размер коллиматорной щели $\theta_{\Delta l} = 0,002$ мкм.

Составляющие погрешности результата измерений, обусловленные погрешностями значений L_0 и α , пренебрежимо малы.

В.4 Вычисление характеристик погрешности результата измерений

В.4.1 В предположении о равномерном распределении неисключенных систематических составляющих суммарной погрешности внутри границ θ_B , θ_λ , θ_t и $\theta_{\Delta l}$ СКО неисключенной систематической составляющей погрешности результата измерений S_θ вычисляют по формуле

$$S_\theta = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial n_B}\right)^2 \cdot \frac{\theta_B^2}{3} + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)^2 \cdot \frac{\theta_\lambda^2}{3} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \cdot \frac{\theta_t^2}{3} + \left(\frac{\partial f}{\partial (\Delta l)}\right)^2 \cdot \frac{\theta_{\Delta l}^2}{3}}, \quad (\text{В.4})$$

* Для более компактной записи значения характеристик погрешности (неопределенности) далее будут выражены в микрометрах (мкм).

где $\frac{\partial f}{\partial n_B} = -A \cdot \frac{\lambda}{2 n_B^2}$; $\frac{\partial f}{\partial \lambda} = A \cdot \frac{1}{2 n_B}$; $\frac{\partial f}{\partial t} = \alpha \cdot L_0$; $\frac{\partial f}{\partial (\Delta l)} = 1$ — коэффициенты влияния.

Таким образом, получают:

$$S_{\theta} = \sqrt{\left(A \cdot \frac{\lambda}{2 n_B^2}\right)^2 \cdot \frac{\theta_B^2}{3} + \left(A \cdot \frac{1}{2 n_B}\right)^2 \cdot \frac{\theta_{\lambda}^2}{3} + (\alpha \cdot L_0)^2 \cdot \frac{\theta_t^2}{3} + (1)^2 \cdot \frac{\theta_{\Delta l}^2}{3}}. \quad (\text{B.5})$$

Для упрощения расчетов можно принять: $A \cdot \frac{\lambda}{2 n_B} \approx 1$ м, $n_B \approx 1,00$, $\lambda \approx 0,633$ мкм.

Тогда получают:

$$S_{\theta} \approx 0,024 \text{ мкм.}$$

В.4.2 Доверительные границы неисключенной систематической погрешности результата измерений при $p = 0,99$ и числе неисключенных составляющих систематической погрешности $m = 4$ ($k = 1,23$ по [3]) — $\theta(0,99)$ вычисляют по формуле

$$\theta(0,99) = 1,23 \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial n_B}\right)^2 \cdot \theta_B^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)^2 \cdot \theta_{\lambda}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \cdot \theta_t^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial (\Delta l)}\right)^2 \cdot \theta_{\Delta l}^2}. \quad (\text{B.6})$$

Рассчитывая коэффициенты влияния по В.4.1, получают

$$\theta(0,99) = 0,051 \text{ мкм.}$$

В.4.3 СКО суммарной погрешности S_{Σ} , мкм, определяют по формуле

$$S_{\Sigma} = \sqrt{S^2 + S_{\theta}^2} = 0,035. \quad (\text{B.7})$$

В.4.4 Доверительные границы суммарной погрешности $\Delta_{0,99}$ при $p = 0,99$ и $f_{\Phi} = n - 1 = 9$ вычисляют по формуле

$$\Delta_{0,99} = \frac{t_{0,99}(9) \cdot S + \theta(0,99)}{S + S_{\theta}} \cdot \sqrt{S^2 + S_{\theta}^2} = 0,094 \text{ мкм.} \quad (\text{B.8})$$

В.5 Вычисление неопределенности измерений

В.5.1 По типу А вычисляют стандартную неопределенность u_A , обусловленную источниками неопределенности, имеющими случайный характер при измерении длины штриховой меры, по формуле

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2}{n(n-1)}} = 0,025 \text{ мкм.} \quad (\text{B.9})$$

В.5.2 По типу В вычисляют стандартные неопределенности, обусловленные источниками неопределенности, имеющими систематический характер. Закон распределения величин внутри границ считают равномерным.

В.5.2.1 Границы, внутри которых лежит значение показателя преломления воздуха, равны $\theta_B = 2,0 \cdot 10^{-8}$. Стандартную неопределенность, обусловленную неточным знанием данного параметра, $u_{B, B}$ определяют как

$$u_{B, B} = \frac{\theta_B}{\sqrt{3}} = 1,2 \cdot 10^{-8}. \quad (\text{B.10})$$

В.5.2.2 Границы, внутри которых лежит значение длины волны излучения, равны $\theta_{\lambda} = 6,2 \cdot 10^{-9}$ мкм. Тогда соответствующую стандартную неопределенность $u_{B, \lambda}$ вычисляют по формуле

$$u_{B, \lambda} = \frac{\theta_{\lambda}}{\sqrt{3}} = 3,6 \cdot 10^{-9} \text{ мкм.} \quad (\text{B.11})$$

В.5.2.3 Границы, внутри которых лежит значение температуры штриховой меры, равны $\theta_t = 0,003$ °С. Стандартную неопределенность, обусловленную неточным знанием температуры, $u_{B, t}$ вычисляют по формуле

$$u_{B, t} = \frac{\theta_t}{\sqrt{3}} = 0,002 \text{ °С.} \quad (\text{B.12})$$

В.5.2.4 Границы, внутри которых лежит значение поправки на размер коллиматорной щели, равны $\theta_{\Delta l} = 0,002$ мкм. Тогда соответствующую стандартную неопределенность $u_{B, \Delta l}$ получают по формуле

$$u_{B, \Delta l} = \frac{\theta_{\Delta l}}{\sqrt{3}} = 0,001 \text{ мкм.} \quad (\text{В.13})$$

В.5.2.5 Суммарную стандартную неопределенность, вычисленную по типу В, — u_B определяют по формуле

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial n_B}\right)^2 \cdot u_B^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)^2 \cdot u_\lambda^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \cdot u_t^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial (\Delta l)}\right)^2 \cdot u_{\Delta l}^2}. \quad (\text{В.14})$$

Расчет коэффициентов влияния — по В.4.1:

$$u_B \approx 0,024 \text{ мкм.}$$

В.5.3 Суммарную стандартную неопределенность u_c вычисляют по формуле

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 0,035 \text{ мкм.} \quad (\text{В.15})$$

В.5.4 Эффективное число степеней свободы v_{eff} определяют по формуле

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4}{\frac{(u_A)^4}{n-1} + \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial n_B} \cdot u_B\right)^4}{\infty} + \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \cdot u_\lambda\right)^4}{\infty} + \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial t} \cdot u_t\right)^4}{\infty} + \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial (\Delta l)} \cdot u_{\Delta l}\right)^4}{\infty}} = 35. \quad (\text{В.16})$$

В.5.5 Коэффициент охвата k определяют следующим образом

$$k = t_{0,99}(v_{\text{eff}}) = 2,73. \quad (\text{В.17})$$

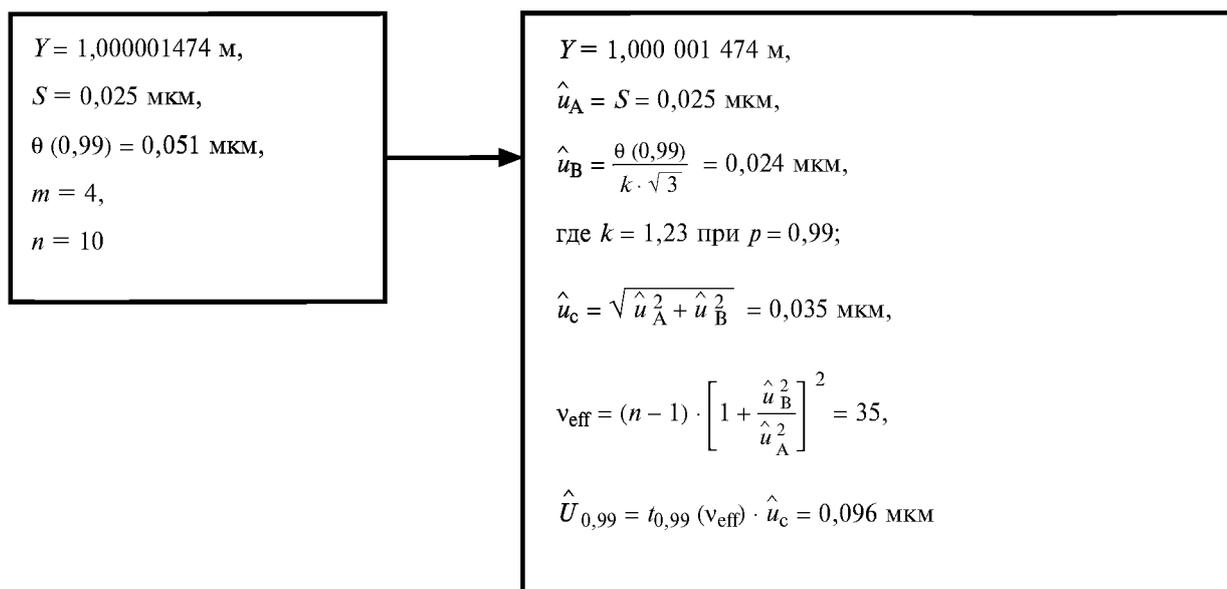
В.5.6 Расширенную неопределенность $U_{0,99}$ определяют как

$$U_{0,99} = k \cdot u_c = 0,096 \text{ мкм.} \quad (\text{В.18})$$

В.6 Переход от характеристик погрешности к неопределенности измерений

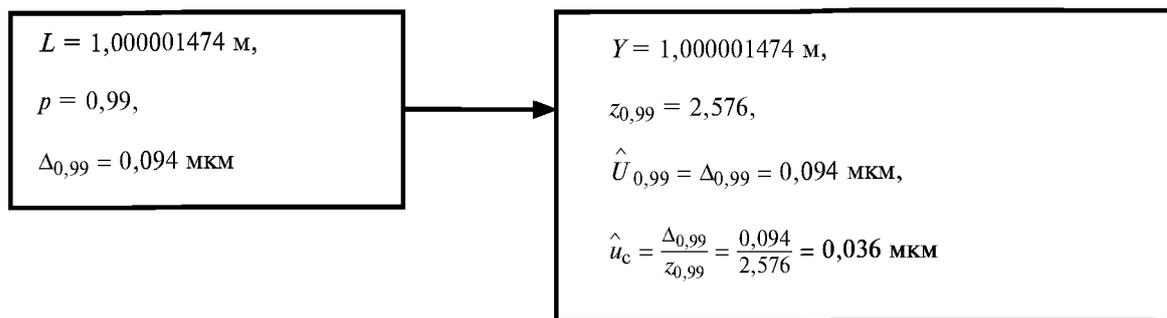
В.6.1 Используя оценки характеристик погрешности, полученные в В.4 настоящего приложения, можно продемонстрировать получение оценок неопределенностей в соответствии с 5.4 настоящих рекомендаций.

Схема 1



В данном примере неопределенности измерений, вычисленные по В.5 настоящего приложения в соответствии с Руководством, совпадают с их оценками, полученными по схеме 1.

Схема 2



Относительные разности неопределенностей измерений, вычисленных по В.5 настоящего приложения в соответствии с Руководством, и их оценок, полученных по схеме 2 (когда отсутствует достаточная информация для их оценки в соответствии с Руководством), в данном примере равны:

$$\left| \frac{\hat{U}_{0,99} - U_{0,99}}{U_{0,99}} \right| \cdot 100 = \left| \frac{0,094 - 0,096}{0,096} \right| \cdot 100 = 2 \%,$$

$$\left| \frac{\hat{u}_c - u_c}{u_c} \right| \cdot 100 = \left| \frac{0,036 - 0,035}{0,035} \right| \cdot 100 = 3 \%.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Г
(справочное)

Значения коэффициента $t_p(v)$ для случайной величины, имеющей распределение Стьюдента с v степенями свободы

v	$t_p(v)$		v	$t_p(v)$	
	$p = 0,95$	$p = 0,99$		$p = 0,95$	$p = 0,99$
3	3,182	5,841	16	2,120	2,921
4	2,776	4,604	18	2,101	2,878
5	2,571	4,032	20	2,086	2,845
6	2,447	3,707	22	2,074	2,819
7	2,365	3,499	24	2,064	2,797
8	2,306	3,355	26	2,056	2,779
9	2,262	3,250	28	2,048	2,763
10	2,228	3,169	30	2,042	2,750
12	2,179	3,055	∞	1,960	2,576
14	2,145	2,977			

ПРИЛОЖЕНИЕ Д
(справочное)**Библиография**

- [1] Руководство по выражению неопределенности измерения. Перевод с английского под редакцией В.А. Слаева. — ВНИИМ. — С-Пб, 1999*
- [2] МИ 1317—2004 Государственная система обеспечения единства измерений. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы и представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров
- [3] МИ 2083—90 Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей

* Подлинник документа — Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First edition. — ISO, Switzerland, 1993 находится во ВНИИКИ Госстандарта России.

Ключевые слова: измерение, результат измерения, стандартное отклонение, неопределенность, стандартная неопределенность, суммарная стандартная неопределенность, расширенная неопределенность, погрешность случайная и систематическая

Рекомендации по межгосударственной стандартизации

Государственная система обеспечения единства измерений

ПРИМЕНЕНИЕ «РУКОВОДСТВА ПО ВЫРАЖЕНИЮ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ»

Редактор *Л.В. Афанасенко*
Технический редактор *В.Н. Прусакова*
Корректор *В.С. Черная*
Компьютерная верстка *И.А. Налейкиной*

Подписано в печать 24.10.2005. Формат 60 × 84¹/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать офсетная. Усл. печ.л. 2,79. Уч.-изд.л. 2,10. Тираж 84 экз. Зак. 831. Изд. № 3373/4. С 2079.

ФГУП «Стандартинформ», 123995 Москва, Гранатный пер., 4.
www.gostinfo.ru info@gostinfo.ru

Набрано во ФГУП «Стандартинформ» на ПЭВМ.

Отпечатано в филиале ФГУП «Стандартинформ» — тип. «Московский печатник», 105062 Москва, Лялин пер., 6.